MANUAL DE INSTRUÇÕES

FÍSICA EXPERIMENTAL I

LABORATÓRIO DE

FÍSICA EXPERIMENTAL

ESCOLA POLITÉCNICA

FESP - UPE

LUIZ GONZAGA CABRAL

DEPARTAMENTO BÁSICO

EDIÇÃO DE 2003.2

FÍSICA EXPERIMENTAL I	
SUMÁRIO	

EXPERIÊNCIA 1 : Plano Inclinado	5
EXPERIÊNCIA 2 : Máquina de Atwood	9
EXPERIÊNCIA 3 : Choque Inelástico	12
EXPERIÊNCIA 4 : Força Centrípeta I	14
EXPERIÊNCIA 5 : Dinâmica da Rotação	16
EXPERIÊNCIA 6 : Compensação do Atrito	19
EXPERIÊNCIA 7 : Associações de Molas	21
EXPERIÊNCIA 8 : Ondas em Molas	23
EXPERIÊNCIA 9 : Movimento Amortecido I	25
EXPERIÊNCIA 10 : Pêndulo Reversível	27
EXPERIÊNCIA 11 : Pêndulos Acoplados	29
EXPERIÊNCIA 12 : Força Centrípeta II	30
EXPERIÊNCIA 13 : Movimento Amortecido II	32
EXPERIÊNCIA 14: Hidrodinâmica	34

CRONOGRAMA DO REVEZAMENTO DOS GRUPOS NAS EXPERIÊNCIAS

GRUPOS	SEMANAS DA SALA 1							SEMANAS NA SALA 2						
EXPERIÊNCIAS	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
A	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
B	2	3	4	5	6	7	1	9	10	11	12	13	14	8
C	3	4	5	6	7	1	2	10	11	12	13	14	8	9
D	4	5	6	7	1	2	3	11	12	13	14	8	9	10
E	5	6	7	1	2	3	4	12	13	14	8	9	10	11
F	6	7	1	2	3	4	5	13	14	8	9	10	11	12
G	7	1	2	3	4	5	6	14	8	9	10	11	12	13

GRUPOS	SEMANAS DA SALA 2							SEMANAS NA SALA 1						
EXPERIÊNCIAS	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
A	8	9	10	11	12	13	14	1	2	3	4	5	6	7
B	9	10	11	12	13	14	8	2	3	4	5	6	7	1
C	10	11	12	13	14	8	9	3	4	5	6	7	1	2
D	11	12	13	14	8	9	10	4	5	6	7	1	2	3
E	12	13	14	8	9	10	11	5	6	7	1	2	3	4
F	13	14	8	9	10	11	12	6	7	1	2	3	4	5
G	14	8	9	10	11	12	13	7	1	2	3	4	5	6

CRONOGRAMA DE EXPERIÊNCIAS COM REVEZAMENTO	
SEMANA	**EVENTOS DE FÍSICA EXPERIMENTAL I**
1	PROCESSOS DE ANÁLISE GRÁFICA E NUMÉRICA
2	APRESENTAÇÃO DAS EXPERIÊNCIAS
3	1ª EXPERIÊNCIA
4	2ª EXPERIÊNCIA
5	3ª EXPERIÊNCIA
6	4ª EXPERIÊNCIA
7	5ª EXPERIÊNCIA
8	6ª EXPERIÊNCIA (1º EXERCÍCIO ESCOLAR)
9	7ª EXPERIÊNCIA
10	8ª EXPERIÊNCIA
11	9ª EXPERIÊNCIA
12	10ª EXPERIÊNCIA
13	11ª EXPERIÊNCIA
14	12ª EXPERIÊNCIA
15	13ª EXPERIÊNCIA (2º EXERCÍCIO ESCOLAR)
16	14ª EXPERIÊNCIA (EXERCÍCIO ESCOLAR FINAL)

FÍSICA EXPERIMENTAL I - REGRAS (EXPERIÊNCIAS COM REVEZAMENTO)

(1) - Formação de sete grupos fixos em cada turma (A,B,C,D,E,F,G);
(2) - Relatório individual ao final de cada aula (peso = 5);
(3) - Supervisão dos grupos durante as aulas;
(4) - Controle de Freqüência:
- As cinco primeiras experiências de cada série constituem notas parciais e o aluno pode faltar uma:
- Comparecendo às cinco, elimina-se a pior nota no cálculo da média (peso = 5);
- Faltando 1, a média considera as quatro restantes sem eliminar a pior nota;
- Faltando mais de 1, a média é feita somando-se as notas e dividindo-se por cinco;

(5) - Exercícios Escolares individuais (peso = 5):
- O 1º e o 2º serão realizados sobre a sexta experiência de cada grupo na série (6 ou 13);
- O Final constará da décima quarta experiência de cada grupo na série;
- Os relatórios seguem junto com a prova (não são devolvidos aos alunos);

(6) - O "Manual de Instruções" é entregue só uma vez no início do semestre; os relatórios são entregues aos alunos em cada aula (não podem ser fornecidos aos alunos que faltarem ou chegaram atrasados e não participarem da aula);
(7) - Tolerância nos atrasos dos alunos, é de 50(cinqüenta) minutos após o horário oficial de início das aulas.
(8) - Ao terminar as medidas desligar os plugues dos instrumentos. Não desmontar as experiências.

FÍSICA EXPERIMENTAL I - FONTES DE CONSULTA DA TEORIA												
	LIVROS											
EXPERIÊNCIA	TIPLER– 4 ª EDIÇÃO			HALLIDAY-3ª EDIÇÃO			SERWAY-3ª EDIÇÃO			KELLER-GETTYS-SKOVE		
	VOL	ITENS	PÁGS	VOL	ITENS	PÁGS	VOL	ITENS	PÁGS	VOL	ITENS	PÁGS
1-PLANO IN-CLINADO	1	2.3 8.6	24 231	1	2.6 11.9	18 226	1	3.3 11.1	37 230	1	3.4 6.1	38 132
2-MÁQUINA DE ATWOOD	1	5.3 P18	119	1	5.9 P72	86 236	1	5.8	89	1	P5	124
3-CHOQUE INE-LÁSTICO	1	6.6 7.6	143 189	1	8.8 10.4	 199	1	8.3 9.3	153 180	1	9.4 10.6	226 260
4-FORÇA CEN-TRÍPETA I	1	5.4	111	1	6.4	103 108	1	6.1	107	1	6.2	234
5-DINÂMICA DA ROTAÇÃO	1	8.2	215	1	12.6	246	1	10.5 10.7	211 215	1	12.7 13.1	325 342
6-COMPENSAÇÃO DO ATRITO	1	4.2 5.1	74 108	1	5.5 6.2	76 99	1	5.9 6.4	92 114	1	6.1	129
7-ASSOCIAÇÕES DE MOLAS	2	12.1 12.4	70 106	2	14.3	25 40	1	13.2 P54	277 295	1	14.2 P9	378 394
8-ONDAS EM MOLAS	2	13.2	113	2	17.6 17.11	115 123	2	16.5/16.6 P56	8/9 21	2	32.4 P4	332 349
9-MOV. AMOR-TECIDO I	2	12.7	90	2	14.8	34	1	13.6	287	1	14.6	386
10-PÊNDULO REVERSÍVEL	2	12.8	86	2	14.6	30	1	10.5 13.4	211 284	1	12.7 14.4	325 381
11-PÊNDULOS ACOPLADOS	2	12.5	83	2	14.6	30	2	16.4	6	2	32.6	338
12-FORÇA CEN-TRÍPETA II	1	5.4	111	1	6.4	103 108	1	6.1	107	1	6.2	234
13-MOV. AMOR-TECIDO II	2	12.7	90	2	14.8	34	1	13.6	287	1	14.6	386
14-HIDRODINÂMICA	2	11.3 11.6	41/42 49/52	2	16.6 16.10	83 90	1	15.4 15.8	334 342	1	15.3 15.5	409 416

Física para Cientistas e Engenheiros: Paul A. Tipler – Ed. Guanabara Koogan

Fundamentos da Física: David Halliday, Robert Resnick – LTC

Física para Cientistas e Engenheiros (com Física Moderna): Raymond A. Serway - LTC

Física: Frederick J. Keller, W. edward Gettys, Malcolm J. Stoke: MAKRON BOOKS

FÍSICA EXPERIMENTAL – MANUAL DE INSTRUÇÕES
EXPERIÊNCIA 1: PLANO INCLINADO

OBJETIVOS: Analisar o movimento de uma esfera num trilho inclinado.
Testar a fórmula da aceleração e sua dependência com a relação entre o diâmetro da esfera e a bitola do trilho.
Aprender a usar o paquímetro.

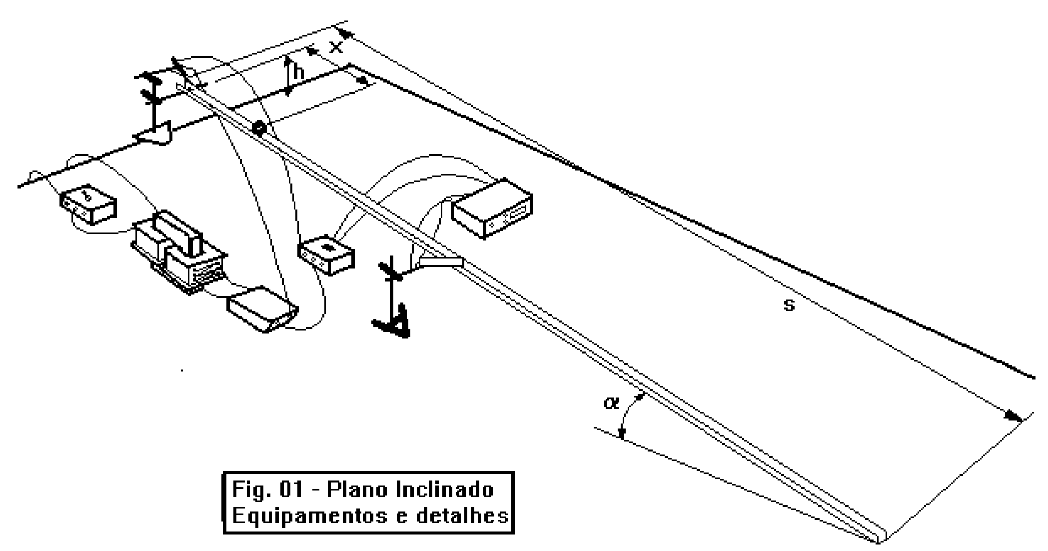


Fig. 01 - Plano Inclinado
Equipamentos e detalhes

TEORIA: A Fig. 01 apresenta uma esfera percorrendo uma distância **x**, descendo um trilho de comprimento **s**. A altura do trilho, medida pela sua parte inferior, em relação ao tampo da mesa é **h**.
A aceleração da esfera no trilho é função do ângulo α
Ela pode ser calculada em função das medidas do espaço percorrido e do tempo:

$$a = \frac{2x}{t^2} \quad (01)$$

O cálculo de **a**, a partir das grandezas físicas envolvidas (**g,** α e **propriedades físicas e geométricas da esfera**) exige o conhecimento da 2ª Lei de Newton na Rotação e do conceito de Momento de Inércia.
Temos, em seguida, uma apresentação resumida dessas duas propriedades da natureza.
A fig. 02 mostra detalhes da esfera colocada sobre o trilho.
Nela vemos que há uma raio de contato r, menor que o raio da esfera R.
A relação entre esses raios e a bitola do trilho é fácil de obter.
Basta considerar o triângulo retângulo de catetos r e d/2 e hipotenusa R:

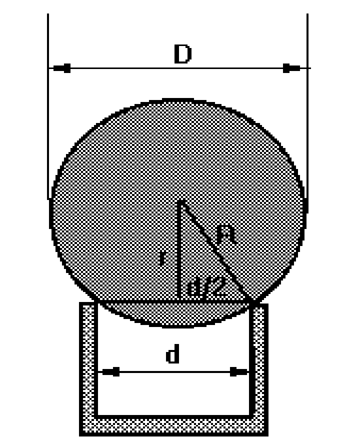


Fig. 02 - Detalhe da esfera no trilho

$$r = \sqrt{R^2 - \left(\frac{d}{2}\right)^2} = \sqrt{\frac{D^2 - d^2}{4}} \quad (02)$$

DEMONSTRAÇÃO DA 2ª LEI DE NEWTON NA ROTAÇÃO DE UMA FORMA SIMPLIFICADA:

Imagine um corpo rígido, como um disco, submetido a uma força externa F.
Devido à rigidez da estrutura cristalina, embora essa força atue num ponto, seu efeito espalha-se por todo o corpo. Uma porção m_i *recebe uma parcela da força,* F_i.
Essa porção pequena da massa, realiza um movimento de translação, com trajetória circular, em torno do centro, a uma distância r_i.
Aplicando a 2ª Lei de Newton na translação: $F_i = m_i a_i = m_i \alpha r_i$.
Multiplicando os dois membros por r_i: $F_i r_i = m_i r_i^2 \alpha$.
O primeiro membro é o torque da força F_i *em relação ao centro de rotação:* $\tau_i = m_i r_i^2 \alpha$.
Calculando o torque em todo o disco: $\sum \tau_i = \left(\sum m_i r_i^2\right)\alpha$
α *escapou do somatório porque todos os pontos do disco giram com a mesma aceleração angular.*
Se compararmos essa equação com a 2ª Lei de Newton na translação, $F = ma$ *, concluiremos que o termo* $I = \sum m_i r_i^2$ *corresponde a uma inércia, que chamamos* ***Inércia de Rotação*** *ou* ***Momento de Inércia***

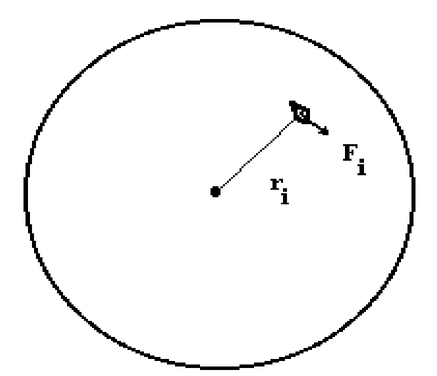


Fig. 03 - 2ª Lei de Newton na rotação

$$I = \sum m_i r_i^2 \, ou \int r^2 dm$$

2ª LEI DE NEWTON NA ROTAÇÃO: $\tau = I\alpha$

τ é o torque resultante das forças externas; I é o momento de Inércia.; α é a aceleração angular.

DETERMINAÇÃO DO MOMENTO DE INÉRCIA DE UM DISCO

Começamos com o caso mais simples do Anel: $dI = dm r^2$

Densidade: $\rho = \dfrac{dm}{dsdre} = \dfrac{m}{2\pi rdre}$

$$dm = \frac{mds}{2\pi r} = \frac{mrd\theta}{2\pi r} = \frac{md\theta}{2\pi}$$

$$dI = \frac{3M}{4R^3} r^4 dx = \frac{3M}{4R^3}\left(R^2 - x^2\right)^2 dx$$

$$I = mr^2$$

Disco. Toma-se o anel como elemento de integração:

$$dI = dmr^2$$

$$\rho = \frac{dm}{2\pi rdre} = \frac{M}{\pi R^2 e} \rightarrow dm = \frac{2M}{R^2} rdr$$

$$dI = \frac{2M}{R^2} r^3 dr \rightarrow I = \frac{2M}{R^2}\int_0^R r^3 dr \rightarrow I = \frac{MR^2}{2}$$

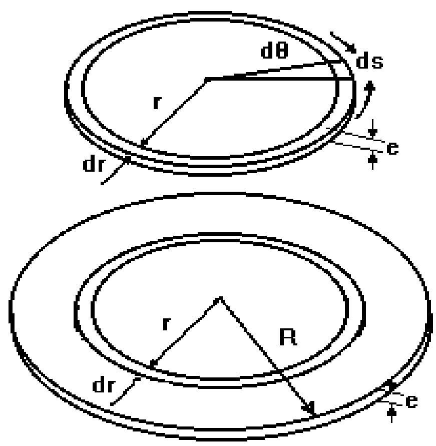


Fig. 04 - Momento de Inércia de um disco

DETERMINAÇÃO DO MOMENTO DE INÉRCIA DA ESFERA.

Toma-se o disco como elemento de integração

$$dI = \frac{dMr^2}{2} \rightarrow \rho = \frac{dM}{\pi r^2 dx} = \frac{M}{\frac{4\pi R^3}{3}} \rightarrow dM = \frac{3M}{4R^3} r^2 dx$$

$$r^2 = R^2 - x^2 \rightarrow dI = \frac{3M}{4R^3} r^4 dx = \frac{3M}{4R^3}\left(R^2 - x^2\right)^2 dx$$

$$I = \frac{3M}{4R^3}\int_0^R \left(R^4 - 2R^2x^2 + x^4\right)dx$$

$$I = \frac{3M}{4R^3}\left(R^5 - 2R^2\frac{R^3}{3} + \frac{R^5}{5}\right) = \frac{3M}{4R^3}R^5\left(1 - \frac{2}{3} + \frac{1}{5}\right) = \frac{3MR^2}{4}\left(\frac{15 - 10 + 3}{15}\right) = \frac{3MR^2}{4}\frac{8}{15} = \frac{2MR^2}{5}$$

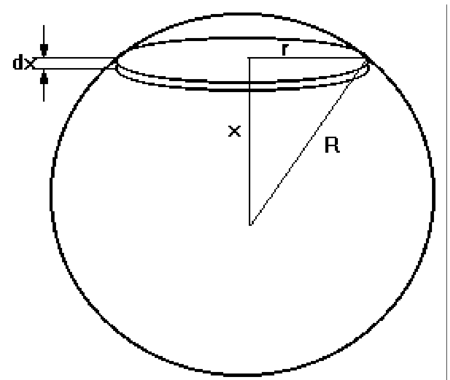


Fig. 05 - Momento de Inércia de uma esfera maciça.

ANÁLISE DO MOVIMENTO DA ESFERA NOTRILHO.

Na Fig. (06) notamos que há dois pontos de contato e portanto duas forças de atrito atuando.
Aplicando a 2ª Lei de Newton à translação e rotação da esfera:

$$mg\,\mathrm{sen}\,\alpha - 2F_{at} = ma \qquad (03)$$

$$2F_{at} r = I\frac{a}{r} = \frac{2}{5}mR^2\frac{a}{r} \qquad (04)$$

De (03) e (04), obtemos:

$$a = \frac{g\,\mathrm{sen}\,\alpha}{1 + \frac{2}{5}\left(\frac{R}{r}\right)^2} \qquad (05)$$

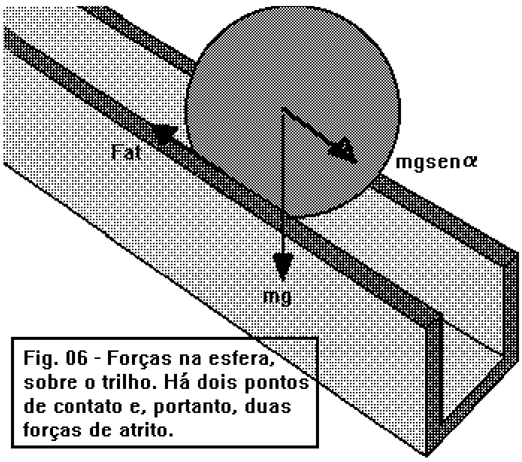


Fig. 06 - Forças na esfera, sobre o trilho. Há dois pontos de contato e, portanto, duas forças de atrito.

O raio de contato, r, pode ser calculado pela equação (02), em função do diâmetro da esfera (D) e da bitola do trilho (d).

Na medida dessas grandezas usaremos um instrumento de precisão chamado Paquímetro.Ele pode ser visto na Fig. 07 (A),
É um instrumento para medir comprimentos internos ou internos de segmentos de peças.
Possui uma parte deslizante onde há uma pequena escala com divisões geralmente menores que aquelas da parte fixa, em mm.
Em (B) temos o paquímetro na medida do diâmetro da esfera e, em (C), na bitola do trilho.
A relação entre as divisões principais, da escala fixa e as divisões secundárias, da escala móvel determinam a precisão e a forma de efetuar a leitura.
A Fig. 08 apresenta o esquema utilizado para leitura das medidas com o nônio ou vernier, que é nome deste sistema de escalas com divisões de tamanhos diferentes para aumentar a precisão da medida.
Observando cuidadosamente a Fig. (08) concluímos que, para fazer a leitura da fração da escala principal representada na escala secundária, devemos procurar a coincidência de um número desta na escala principal.
Esse número multiplicado pelo fator de precisão do aparelho representa a fração determinada entre as marcas da menor divisão da escala principal.

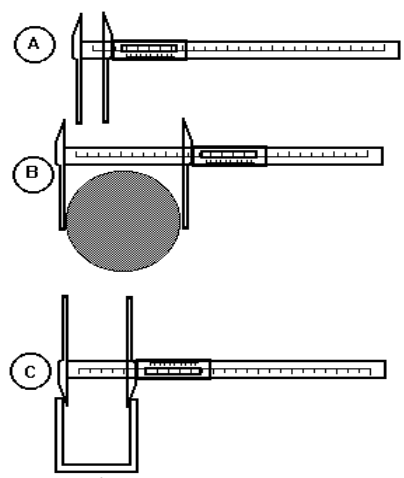


Fig. 07 - O paquímetro

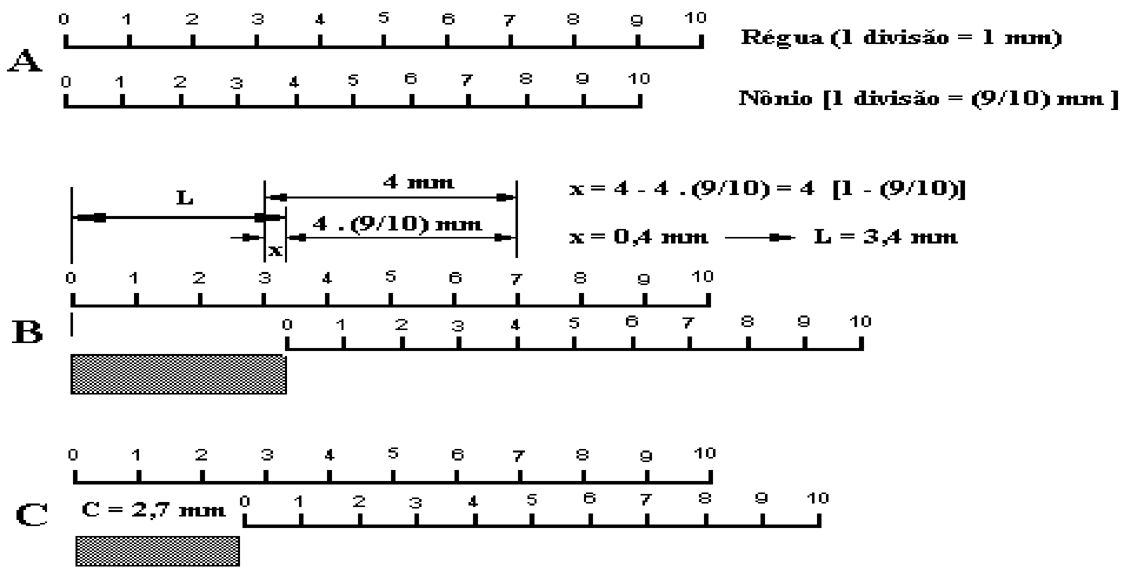


Fig. 08 - O princípio do nônio ou vernier

O fator de precisão do aparelho é representado por 1 menos o quociente entre o número de divisões da escala secundária e o número de divisões correspondentes na escala principal.
Geralmente esse fator vem indicado no aparelho.

MONTAGEM

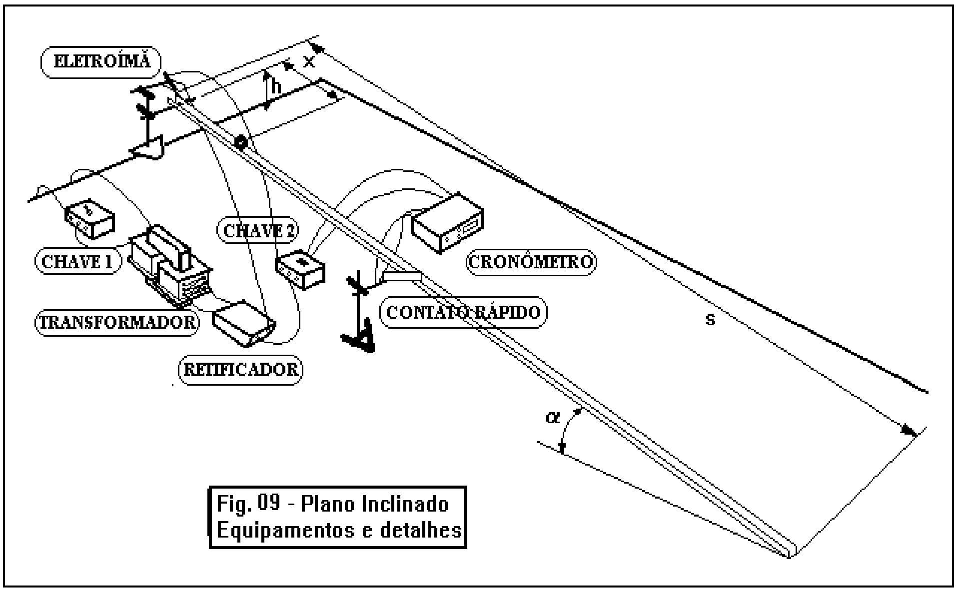


Fig. 09 - Plano Inclinado
Equipamentos e detalhes

A chave 1 liga o TRANSFORMADOR à tensão alternada da tomada (220 Volts!!!). Há uma redução da tensão, que é transformada em contínua no RETIFICADOR.
Mudando-se a posição da ligação dos fios no transformador pode-se aumentar ou diminuir a tensão que alimenta o eletroímã, controlado pela chave 2. Esta chave tem duas seções e, na outra está conectado o cronômetro.
Um contato rápido também está ligado ao cronômetro. Ligando-se a chave 1 a esfera é atraída pelo eletroímã.
Essa atração deve ser a menor possível para evitar retardamento na partida da esfera por um efeito conhecido como "magnetismo remanescente" (a chave é desligada mas o efeito de atração não desaparece instantaneamente).
Ao pressionar a chave 2 acontecem duas coisas: desliga-se o eletroímã e liga-se o cronômetro.
A esfera parte e ao atingir o contato rápido o cronômetro é desligado ficando registrado o tempo para o percurso x.
Este deve ser medido com a esfera atraída pelo eletroímã e entre a parte frontal desta e a extremidade da lâmina do contato rápido.

PROCEDIMENTO

(01) Fazemos x = 1,000 m e determinamos o tempo para o percurso de cinco esferas de diâmetros diferentes. Esse tempo é medido cinco vezes considerando-se depois a média aritmética. Na Tabela 01 anotamos também os diâmetros das esferas e a bitola do trilho, medidos com o paquímetro.

(02) Medimos o tempo de percurso para diferentes valores de h. Na Tabela 02 calculamos as acelerações e senos dos ângulos do plano inclinado com a horizontal. Usamos a esfera maior.

FÍSICA EXPERIMENTAL I - MANUAL DE INSTRUÇÕES
EXPERIÊNCIA 2 : Máquina de Atwood

OBJETIVOS: Estudar o Movimento Uniforme e Uniformemente variado com a Máquina de Atwood.

TEORIA: A Máquina de Atwood foi idealizada para produzir um movimento uniformemente variado e outro, uniforme, com compensação do atrito.
O conjunto (M + m) desce com aceleração produzida pela diferença entre (M + m) e M: a massa adicional Δm tem a finalidade de compensar o atrito.
Na Fig. 01-I, isolando a massa da direita:

$$(M+m+\Delta m)g - T_D = (M+m+\Delta m)a \quad (01)$$

T_D é a tensão no fio do lado direito da roldana.

Isolando a roldana: $T_D r - T_E r - \tau_{at} = I\dfrac{a}{r}$

ou $$T_D - T_E - \frac{\tau_{at}}{r} = I\frac{a}{r^2} \quad (02)$$

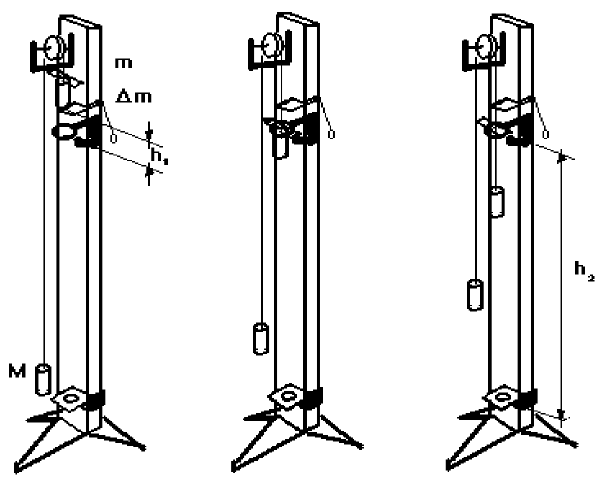


Fig. 01 - Máquina de Atwood

[Obs.: ver na pág. 6 a demonstração da 2ª Lei de Newton na rotação, usada na eq. (02)]

Isolando a massa da esquerda: $$T_E - Mg = Ma \quad (03)$$

Somando as equações (02) e (03): $$T_D - Mg - \frac{\tau_{at}}{r} = \left(M + \frac{I}{r^2}\right)a \quad (04)$$

Somando as equações (01) e (04): $$(m+\Delta m)g - \frac{\tau_{at}}{r} = \left(2M + m + \Delta m + \frac{I}{r^2}\right)a \quad (05)$$

Explicitando o valor de a: $$a = \frac{mg + \left(\Delta mg - \dfrac{\tau_{at}}{r}\right)}{\left(2M + m + \Delta m + \dfrac{I}{r^2}\right)} \quad (06)$$

No denominador da expressão (06) I representa o momento de inércia da roldana que tem o formado aproximado de um disco $\left(I = \dfrac{m_r r^2}{2}\right)$. ($m_r$ é a massa da roldana = 0,100 Kg; r é o raio da roldana = 0,35 m)

(Obs.: ver na pág. 6 a demonstração da fórmula do momento de inércia do disco)

Levando em (06) $$a = \frac{mg + \left(\Delta mg - \dfrac{\tau_{at}}{r}\right)}{\left(2M + m + \Delta m + \dfrac{m_r}{2}\right)} \quad (07)$$

A equação (07) é a base da concepção de compensação de atrito da máquina de Atwood.

Se conseguirmos $\Delta m = \dfrac{\tau_{at}}{r}$ teremos: $$a = \frac{mg}{\left(2M + m + \Delta m + \dfrac{m_r}{2}\right)} \quad (08)$$

Com m << 2M : temos a << g. Sendo muito lento o movimento, os tempos do percurso são facilmente determinados. Esta foi a concepção de Atwood para determinar a aceleração da gravidade: medir tempos longos com boa precisão era possível em sua época. A idéia, revolucionária então, rendeu a fama para Atwood que atravessou séculos até o nosso tempo.

Após o percurso h_1 , num tempo t_1 , m é retida e o movimento passa a ser uniforme [na equação (08), a = 0], durante o tempo subsequente t_2 .

Se medirmos t_1 e t_2 teremos : $a_1 = \dfrac{2h_1}{t_1^{\,2}}$ (aceleração constante do 1º movimento) (09)

e $v_2 = \dfrac{h_2}{t_2}$ (velocidade constante do 2º movimento) (10)

Sendo a velocidade final do 1º movimento (MUV) igual a v_2 , teremos:

$$a_1 = \frac{v_2}{t_1} = \frac{h_2}{t_1 t_2} \qquad (11)$$

Para determinar se o 2º movimento é uniforme basta medir o tempo para percursos distintos e calcular v_2 ou determinar a_1 com as expressões (09) e (11) verificando se dão o mesmo resultado.
As medidas devem ser efetuadas com o máximo cuidado e repetidas pelo menos três vezes para depois calcular a média. É essa média que deve ser anotada nas tabelas.

MONTAGEM

(01) Dispositivo de partida: Ao puxar o fio, M desce suavemente e uma chave elétrica é acionada automaticamente;
(02) Dispositivo de retenção de m: sua posição pode ser modificada usando o parafuso (aperte delicadamente) (a chave elétrica aí existente é acionada manualmente no instante em que m é retida);
(03) Plataforma de parada de M: Ajustável com um parafuso (aperte delicadamente) (a chave elétrica montada nesta posição é acionada quando o peso a atinge);
(04) Conjunto de massas disponíveis:
[M = 70g; 2x98g; (em cada lado)]. [m = 2, 4 e 6g]. [Δm = (.) 0,1g; (..) 0,2g; (...) 0,3g; 1g; 2g].
Observe as indicações dos pesos pequenos

PROCEDIMENTO para Compensação do Atrito.

(01) Colocamos (02) em 0,3m e (03) em 1,0m e depois em 1,7m. **Se o tempo do percurso (0,3;1,0) for metade do tempo (0,3;1,7), o atrito está compensado.**
No cronômetro, os plugues "1" são desligados; os plugues "2" são ligados aos bornes marcados com "início" e os plugues "3" são ligados aos bornes marcados com "fim". Quando o peso passa em (2) e m é retida a chave "2" é acionada manualmente. Quando atinge (3) o cronômetro é desligado automaticamente. Devido à grande velocidade nesse contato pode ocorrer do peso voltar, após o impacto, e voltar a ligar novamente o cronômetro. Para evitar esse efeito, coloque uma régua plástica sobre o contato para amortecer o choque.)
(02) Começamos com m = 4 g e Δm = 1,2 g na compensação e depois aumentamos ou diminuímos Δm se necessário.
(03) Através de tentativas, descobrimos Δm para compensar o atrito;
(04) Para testar a compensação, fazemos h_1 = 0,85m; h_2 = 0,85m e medimos t_1 e t_2. Nessas medidas ligamos os plugues "1" em "início"; os plugues "2" em "meio" e os plugues "3" em "fim". Depois calculamos a aceleração com as fórmulas (09) e (11).
Estes valores devem coincidir.

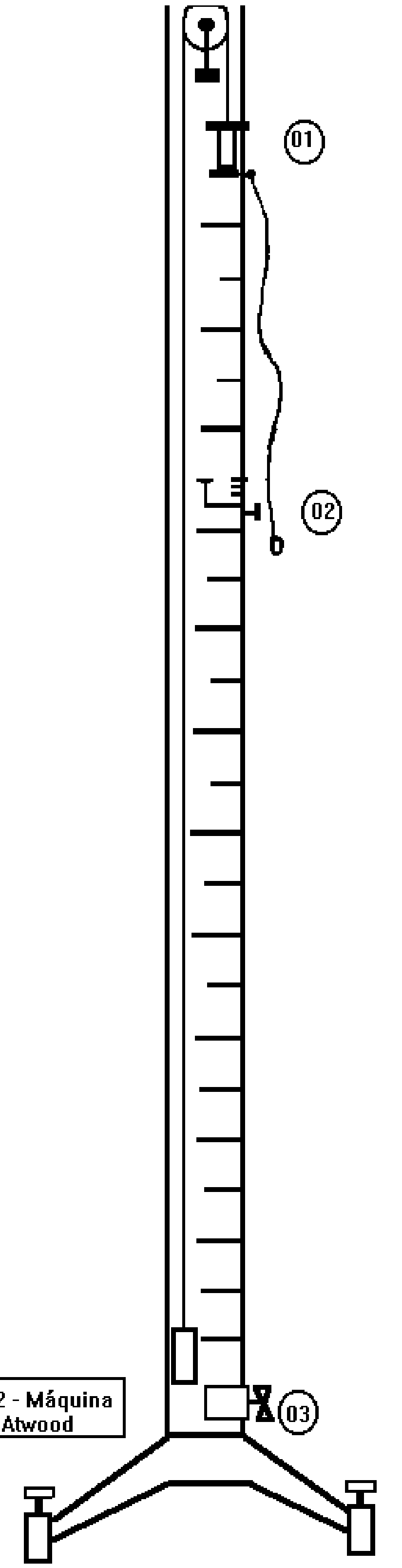


Fig. 02 - Máquina de Atwood

PROCEDIMENTO para determinação de g:

(05) Medimos t_1 para vários valores de h_1.

(Para medir isoladamente o tempo do 1º movimento, t_1 , ligamos os plugues "1" aos bornes "início" e os plugues "2" aos bornes "fim"). Calculamos **a = 2h / t_1^2** e depois **g = (2M+m) a /m;**
(06) Fixamos h_1 em 0,85 m e medimos t_2 para vários valores de h_2 .
(Para medir isoladamente o tempo do 2º movimento, t_2 , ligamos os plugues "2" em "início" e os plugues "3" em "fim") Calculamos **a = h_2 /t_1 t_2** e depois **g = (2M+m) a / m.**

DEMONSTRAÇÃO DA 2ª LEI DE NEWTON NA ROTAÇÃO DE UMA FORMA SIMPLIFICADA:

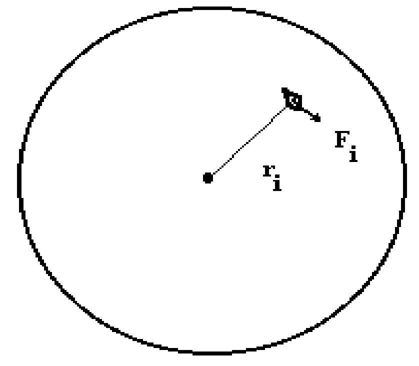


Fig. 03 - 2ª Lei de Newton na rotação

Imagine um corpo rígido, como um disco, submetido a uma força externa F. Devido à rigidez da estrutura cristalina, embora essa força atue num ponto, seu efeito espalha-se por todo o corpo. Uma porção m_i recebe uma parcela da força, F_i.
Essa porção pequena da massa, realiza um movimento de translação, com trajetória circular, em torno do centro, a uma distância r_i.
Aplicando a 2ª Lei de Newton na translação: $F_i = m_i a_i = m_i \alpha\, r_i$.
Multiplicando os dois membros por r_i: $F_i r_i = m_i r_i^2 \alpha$.
O primeiro membro é o torque da força F_i em relação ao centro de rotação: $\tau_i = m_i r_i^2 \alpha$.
Calculando o torque em todo o disco: $\sum \tau_i = \left(\sum m_i r_i^2\right)\alpha$
α escapou do somatório porque todos os pontos do disco giram com a mesma aceleração angular.
Se compararmos essa equação com a 2ª Lei de Newton na translação, $F = ma$, *concluiremos que o termo* $I = \sum m_i r_i^2$ *corresponde a uma inércia, que chamamos **Inércia de Rotação** ou **Momento de Inércia***

$$I = \sum m_i r_i^2 \, ou \int r^2 dm$$

2ª LEI DE NEWTON NA ROTAÇÃO: $\tau = I\alpha$

τ é o torque resultante das forças externas
I é o momento de Inércia.
α é a aceleração angular.

DETERMINAÇÃO DO MOMENTO DE INÉRCIA DE UM DISCO

Começamos com o caso mais simples do Anel: $dI = dm r^2$

Densidade: $\rho = \dfrac{dm}{dsdre} = \dfrac{m}{2\pi rdre}$

$$dm = \frac{mds}{2\pi r} = \frac{mrd\theta}{2\pi r} = \frac{md\theta}{2\pi}$$

$$dI = \frac{3M}{4R^3} r^4 dx = \frac{3M}{4R^3}\left(R^2 - x^2\right)^2 dx$$

$$I = mr^2$$

Disco. Toma-se o anel como elemento de integração:

$$dI = dmr^2$$

$$\rho = \frac{dm}{2\pi rdre} = \frac{M}{\pi R^2 e} \rightarrow dm = \frac{2M}{R^2} rdr$$

$$dI = \frac{2M}{R^2} r^3 dr \rightarrow I = \frac{2M}{R^2}\int_0^R r^3 dr \rightarrow I = \frac{MR^2}{2}$$

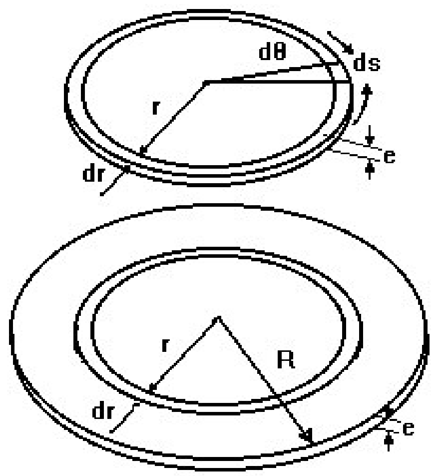


Fig. 04 - Momento de Inércia de um disco

FÍSICA EXPERIMENTAL I - MANUAL DE INSTRUÇÕES
EXPERIÊNCIA 3 : Choque Inelástico

OBJETIVOS: Comprovar a conservação da quantidade de movimento num choque inelástico.

TEORIA: Uma esfera de massa (m) é solta e desce através de um tubo numa altura h. Vamos aplicar o princípio de conservação da energia supondo que a esfera desliza sem girar:

$$mgh = \frac{1}{2}mv^2 + \Delta E_T \qquad (01)$$

ΔE_T = perda de energia no atrito de translação.

Se a esfera desce, girando sem escorregar

$$mgh = \frac{1}{2}mv^2 + \frac{1}{2}I\omega^2 + \Delta E_R \qquad (02)$$

ΔE_R = perda de energia no atrito de rotação.

I é o momento de Inércia da esfera (maciça) dado por:

$I = \frac{2}{5}mr^2$ (Obs.: ver na pág. 8 o calculo de I)

e ω = velocidade angular da esfera no final do tubo dada por $= \frac{v}{r}$

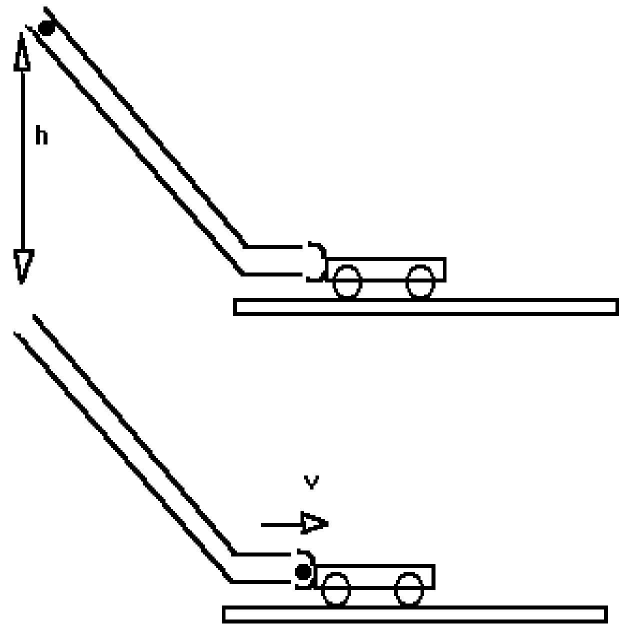


Fig. 01 -Choque Inelástico

Levando em (02)

$$mgh = \frac{1}{2}\frac{7}{5}mv^2 + \Delta E_R \qquad (03)$$

Com o choque inelástico (Conservação da quantidade de movimento linear): $mv = (m + M)V$ (04)

Na experiência podemos determinar h e V: A relação teórica entre h e V é :

$$h = \frac{\Delta E_T}{mg} + \frac{1}{2g}\left(\frac{m+M}{m}\right)^2 V^2 \longrightarrow \textbf{(Esfera desce só deslizando)} \qquad (05)$$

$$h = \frac{\Delta E_R}{mg} + \frac{1}{1{,}4g}\left(\frac{m+M}{m}\right)^2 V^2 \longrightarrow \textbf{(Esfera desce só girando)} \qquad (06)$$

(ΔE_T = Perda de energia por atrito na translação; ΔE_R = Perda de energia por atrito na Rotação)

OBSERVAÇÕES:

(1) - Se a esfera desce girando e deslizando (hipótese mais provável) o fator numérico do denominador estará situado entre 1,4 e 2. A comprovação experimental desta equação, confirma indiretamente o Princípio de Conservação da Quantidade de Movimento Linear.

(2) - Na análise dos resultados experimentais as equações (05) e (06) serão comparadas com uma equação do primeiro grau na forma paramétrica

$$Y = B + AX$$

O valor do parâmetro A (coeficiente angular) determinado no gráfico traçado a partir dos resultados experimentais será usado para definir se a esfera desce só deslizando ou só girando.

$A = \frac{1}{2g}\left(\frac{m+M}{m}\right)^2$ no caso da Eq. (05). $\qquad$ $A = \frac{1}{1{,}4g}\left(\frac{m+M}{m}\right)^2$ no caso da eq. (06).

O valor do parâmetro B (coeficiente linear) determinado no gráfico traçado a partir dos resultados experimentais será usado para determinar a energia perdida por atrito.

$B = \frac{\Delta E_T}{mg}$ e $\Delta E_T = mgB$ no caso da Eq. (05). $B = \frac{\Delta E_R}{mg}$ e $\Delta E_R = mgB$ no caso da Eq. (06).

MONTAGEM:

(01) O tubo deve ser ajustado de modo a que ocorra um choque frontal, a esfera encaixando-se no receptáculo sem que o carro salte no trilho.
(02) O trilho é inclinado de modo a compensar o atrito. A compensação é obtida quando o movimento do carro produzido pelo choque é uniforme. Mede-se o tempo para um percurso de 20cm e de 40 cm. Se o tempo for o dobro, o movimento é uniforme.
(03) Medida do tempo: Ao tocar o 1º contato rápido liga-se o cronômetro; no 2º, marca-se o tempo do 1º percurso (o cronômetro continua funcionando internamente); no 3º é detectado o tempo total. Pressionando-se o botão "Fim" na parte frontal obtém-se o tempo total (se esse tempo for o dobro do 1º, o movimento é uniforme).

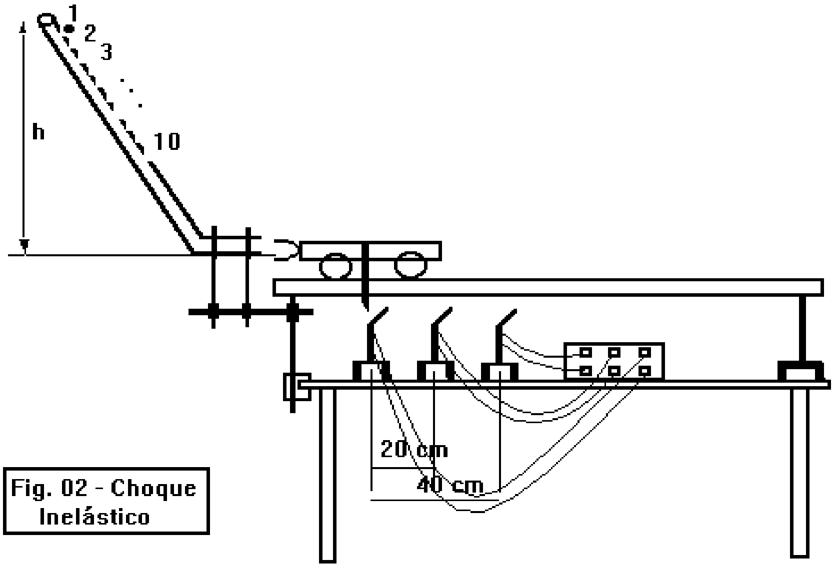


Fig. 02 - Choque Inelástico

(04) Para medir "h" usamos duas réguas: uma acompanhando a parte horizontal do tubo e outra disposta verticalmente a partir do ponto de lançamento da esfera em cada furo conforme sugere a figura acima.

PROCEDIMENTO:

(01) Determinar as massas do carro e da esfera (há uma balança na mesa do Professor);
(02) Compensar o atrito colocando a esfera no furo mais alto;
(03) Determinar os valores de h efetuando medidas conforme a Fig.(02);
(04) Repetir cada lançamento 3 (três) vezes a calcular a média;
(05) Para determinar a velocidade usar a expressão: $\bar{v} = \dfrac{\Delta s}{\Delta t} = \dfrac{percurso\ de\ 0{,}200m}{media\ de\ 3\ medidas(s)}$

(06) Na determinação da velocidade do carro após o choque (depois da compensação do atrito), afastar a 2ª placa de contato e medir o tempo só no percurso de 0,200 m posicionando as placas "1" e "3" adequadamente.

DETERMINAÇÃO DO MOMENTO DE INÉRCIA DA ESFERA.

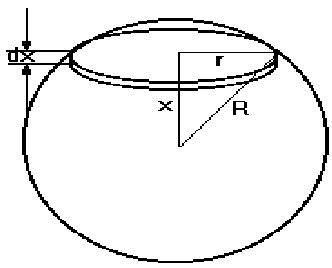


Fig. 03 - Momento de Inércia de uma Esfera Maciça

Toma-se o disco como elemento de integração

$$dI = \frac{dMr^2}{2} \rightarrow \rho = \frac{dM}{\pi r^2 dx} = \frac{M}{\frac{4\pi R^3}{3}} \rightarrow dM = \frac{3M}{4R^3} r^2 dx$$

$$r^2 = R^2 - x^2 \rightarrow dI = \frac{3M}{4R^3} r^4 dx = \frac{3M}{4R^3}\left(R^2 - x^2\right)^2 dx$$

$$I = \frac{3M}{4R^3}\int_0^R \left(R^4 - 2R^2x^2 + x^4\right)dx$$

$$I = \frac{3M}{4R^3}\left(R^5 - 2R^2\frac{R^3}{3} + \frac{R^5}{5}\right) = \frac{3M}{4R^3}R^5\left(1 - \frac{2}{3} + \frac{1}{5}\right) = \frac{3MR^2}{4}\left(\frac{15-10+3}{15}\right) = \frac{3MR^2}{4}\frac{8}{15}$$

$$I = \frac{2MR^2}{5}$$

EXPERIÊNCIA 4: Força Centrípeta I.

OBJETIVOS: Observar a dependência da força centrípeta com a Massa, o Raio e a Velocidade Angular.

TEORIA: Um corpo (m) gira com velocidade angular (ω) e raio (r), ligado por um fio a uma lâmina de aço presa aos dois lados de um suporte. A lâmina é torcida sob a ação do deslocamento do corpo para for sob ação do efeito centrífugo.
Há uma reação elástica e a torção cessa quando ocorre o equilíbrio entre a ação centrífuga e a reação elástica de torção. A força elástica que reage à torção faz o papel da força centrípeta $\left(m\omega^2 r\right)$ e pode ser calculada por

$$F = K\theta \qquad (01)$$

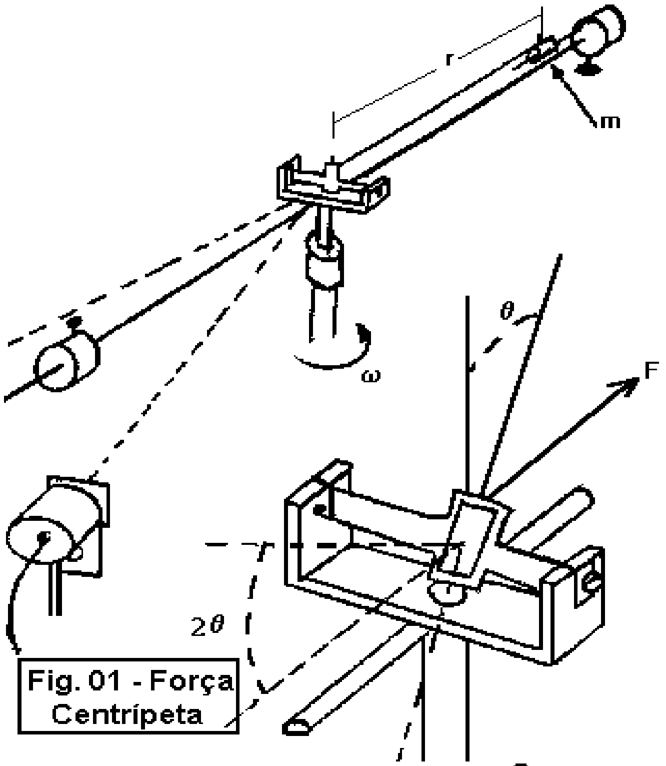


Fig. 01 - Força Centrípeta

Para determinar K submetemos a lâmina à ação de forças conhecidas e medimos θ.
Para medir θ , jogamos um raio de luz sob um espelho colado à lâmina e determinamos o ângulo de giro do raio refletido numa escala distante (usamos a propriedade: **se um espelho gira de um ângulo θ, o raio refletido gira de 2θ).**
Verificaremos a igualdade

$$m\omega^2 r = k\theta \qquad (02)$$

A experiência terá duas etapas:
Determinação de k e medidas da Força Centrípeta.

MONTAGEM I: Determinação de K.

Antes de colocar o fio no suporte do espelho, verificar que o raio atinja a escala perpendicularmente. A distância entre o espelho e a mesa deve ser igual à distância entre o ponto luminoso na escala e a mesa. Colocam-se os pesos e determina-se o deslocamento do raio luminoso na escala. Há um espelho na escala para facilitar a observação do raio luminoso mesmo quando a sala não está totalmente escurecida.

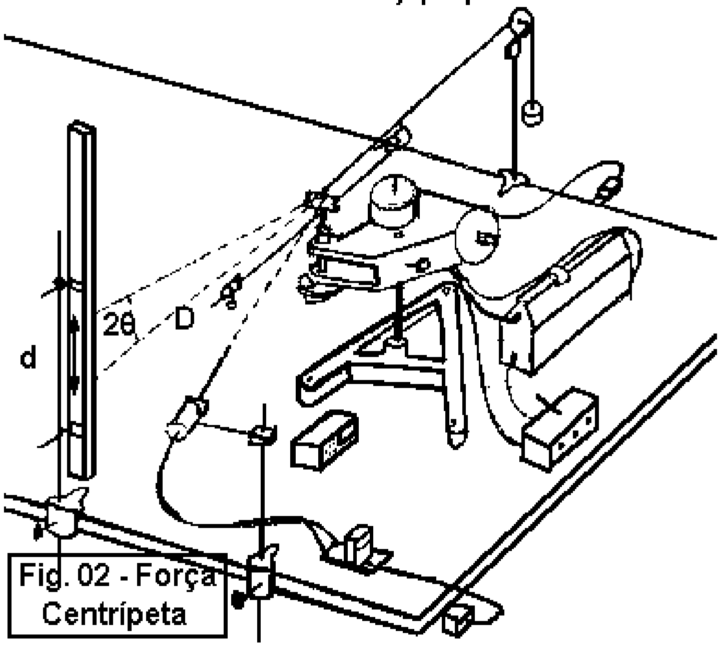


Fig. 02 - Força Centrípeta

MONTAGEM II: MEDIDAS DA FORÇA CENTRÍPETA

A chave elétrica faz funcionar o motor e o reostato controla sua velocidade. Para medir a velocidade, determina-se o tempo para dez voltas da polia fixada ao eixo (ajusta-se a velocidade com o reostato de modo a ser possível contar o número de voltas da polia na marca aí existente. Depois não se altera mais esta posição em todas as medidas). Para determinar a posição do ponto luminoso observa-se sua reflexão no espelho preso à escala. A visão direta do ponto luminoso refletido no espelho girante e no espelho da escala é possível quando o sistema está em rotação mesmo que a sala do laboratório tenha luminosidade normal.

As medidas do tempo para determinar a velocidade e do desvio na escala devem ser feitas simultaneamente para garantir que as duas correspondem à mesma situação .

PROCEDIMENTO

(01) Colocar pesos de 10 a 50 gf, e determinar as deformações correspondentes (d).

O ângulo de giro do espelho será calculado com

$$\theta = 0{,}5\arctan\left(\frac{d}{D}\right), em\, rad \qquad (03)$$

(02) A Constante Elástica da lâmina será calculada por $$k = \frac{F}{\theta}\left(\frac{gf}{rad}\right) \qquad (04)$$

(03) Colocar a massa de 10,0 g (com o fio de 10 cm) em rotação. Posicionar o contrapeso existente para evitar excentricidades no movimento de rotação.

(04) Determinar a deformação (d) e a velocidade angular ω. Repetir para outros valores de m e r .

(05) Para calcular ω usar $$\omega = \frac{2\pi N}{\Delta} = \frac{2\pi \times 10}{\Delta t} = \frac{20\pi}{\Delta t} \qquad (05)$$

Δt é o tempo para 10 voltas. ω está em (rad/s).

(06) Calcular a força centrípeta com $m\omega^2 r$

Com m em (g), ω em (rad/s) e r em (cm), a força está em Din.

(07) Para comparar com a força calculada com $m\omega^2 r$ com a força elástica calculada com Kθ que está em gf (K em gf/rad e θ em rad) é preciso converter gf para Din.

$$1\ Din = 1\ g\,\frac{cm}{s^2} = 10^{-3}\,kg \times 10^{-2}\,\frac{m}{s^2} = 10^{-5}\,N$$

$$1\ N = \frac{1}{9{,}81}\,kgf = \frac{10^{-3}}{9{,}8198} = \frac{10^{-3}}{9{,}81}\,gf$$

$$1\ Din = \frac{10^{-5} \times 10^{3}}{9{,}81}\,gf = \frac{10^{-2}}{9{,}81}\,gf$$

$$1\ gf = 981\ Din$$

(07) As medidas da Força Centrípeta em função de m, ω e r devem ser repetidas para vários valores de m e r não se alterando a posição do reostato que controla a velocidade do motor.

OBSERVAÇÕES:

A velocidade do motor poderá se alterar mesmo que não se mexa no reostato. O principal fator é a alteração da tensão elétrica de alimentação do motor (220 V).

Ocorrem alterações dessa tensão na própria rede de distribuição e no prédio do laboratório existem vários aparelhos elétricos de grande consumo que, quando ligados produzem alterações sensíveis da voltagem.

Problemas mecânicos no motor, principalmente nos coletores (carvões) também podem ser responsabilizados pelas mudanças em sua velocidade.

FÍSICA EXPERIMENTAL I - MANUAL DE INSTRUÇÕES
EXPERIÊNCIA 5 : Dinâmica da Rotação

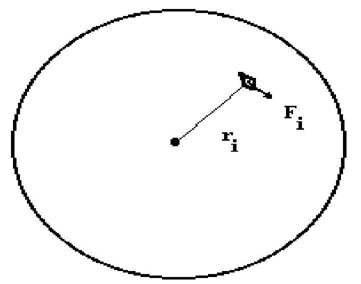


Fig. 01 - 2ª Lei de Newton na rotação

OBJETIVOS: Comprovar a 2ª Lei de Newton no movimento da Rotação.

TEORIA: 2ª Lei de Newton, na rotação:

Imagine um corpo rígido, como um disco, submetido a uma força externa F.
Devido à rigidez da estrutura cristalina, embora essa força atue num ponto, seu efeito espalha-se por todo o corpo. Uma porção m_i *recebe uma parcela da força,* F_i.
Essa porção pequena da massa, realiza um movimento de translação, com trajetória circular, em torno do centro, a uma distância r_i.
Aplicando a 2ª Lei de Newton na translação: $F_i = m_i a_i = m_i \alpha\, r_i$.

Multiplicando os dois membros por r_i: $F_i r_i = m_i r_i^2 \alpha$.
O primeiro membro é o torque da força F_i *em relação ao centro de rotação:* $\tau_i = m_i r_i^2 \alpha$.
Calculando o torque em todo o disco:

$$\sum \tau_i = \left(\sum m_i r_i^2\right)\alpha$$

α *escapou do somatório porque todos os pontos do disco giram com a mesma aceleração angular.*
Se compararmos essa equação com a 2ª Lei de Newton na translação, $F = ma$, *concluiremos que o termo* $I = \sum m_i r_i^2$ *corresponde a uma inércia, que chamamos* ***Inércia de Rotação*** *ou* ***Momento de Inércia***

$$I = \sum m_i r_i^2 \text{ ou} \int r^2 dm$$

2ª LEI DE NEWTON NA ROTAÇÃO: $\tau = I\alpha$ (01)

τ é o torque resultante das forças externas
I é o momento de Inércia.
α é a aceleração angular.

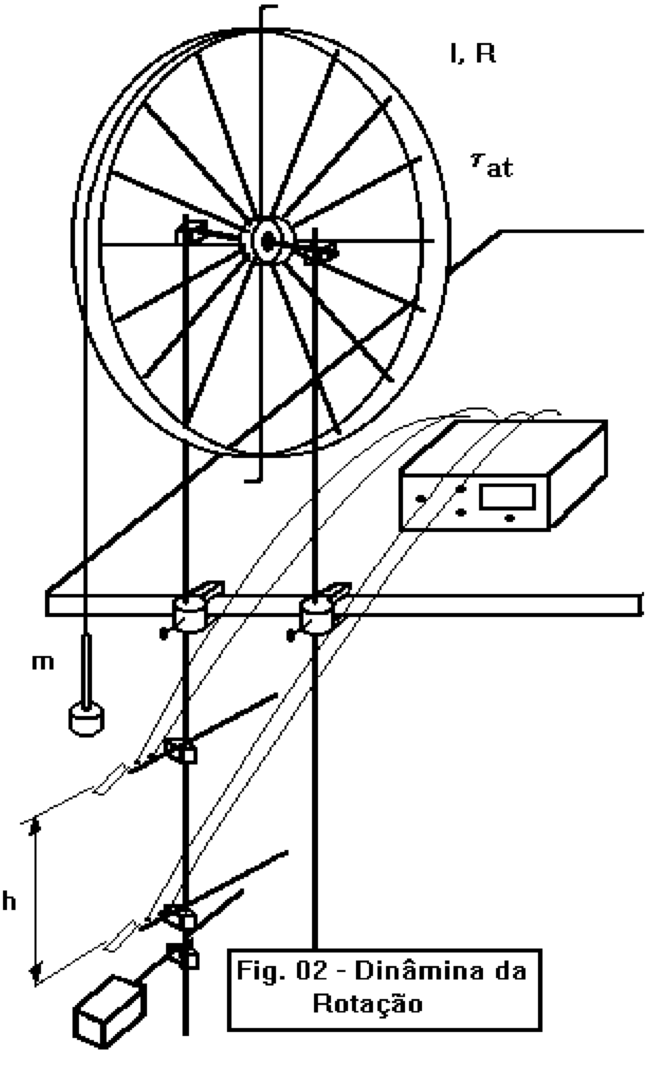


Fig. 02 - Dinâmina da Rotação

Na roda de bicicleta da figura:

$$Tr - \tau_{ext} = I\frac{a}{r} \qquad (02)$$

τ_{at} = Torque de Atrito;
r = Raio da Roda
α = Aceleração Angular da Roda.

Isolando m: $mg - T = ma$ (03)

Das duas equações, obtemos: $mg - \dfrac{\tau_{at}}{r} = \left(\dfrac{I}{r^2} + m\right)a$

$$mg = \left(m + \frac{I}{r^2}\right)\frac{a}{g} + \frac{\tau_{at}}{rg} \rightarrow m(g-a) = \frac{I}{r^2}a + \frac{\tau_{at}}{r} \qquad (04)$$

Para determinar "a", medimos o tempo para uma descida h: a = 2h / t ^{2} . A velocidade final do movimento, quando o peso chega ao solo é v = a t = 2h/t. A partir daí a roda gira desacelerando sob ação do atrito:

$$\tau_{ext} = I\alpha' = I\frac{a'}{r} = \frac{I}{r}\frac{v}{t'} = \frac{I}{r}\frac{2h}{tt'}$$ (t' é o tempo até a roda parar). (05)

Dessas relações obtemos:

$$I = \frac{mgr^2\left(\dfrac{1}{2h} - \dfrac{1}{gt^2}\right)}{\left(\dfrac{1}{t^2} - \dfrac{1}{tt'}\right)} \rightarrow \tau_{at} = \left(\frac{2Ih}{rtt'}\right) \qquad (06)$$

Podemos determinar I e τ_{at} usando as equações (05) e (06) desde que o τ_{at} seja constante.
Para determinar a constância de τ_{at} devemos verificar se a aceleração é constante para diversos valores de h mantendo m constante.

ESTIMATIVA DO MOMENTO DE INÉRCIA DE UMA RODA DE BICICLETA

O cálculo do Momento de Inércia de uma roda de bicicleta é difícil de realizar com precisão. Mostramos uma estimativa aproximada desse cálculo para comparação com o valor obtido experimentalmente:

$$I_{aro} = M_{aro} R^2 = \gamma\, VOL\, R^2 = \gamma 2\pi\, \mathrm{Re} t R^2 = \gamma 2\pi R^3 et$$

$$I_{aro} = 7700 \times 6{,}28 \times 0{,}295^3 \times 0{,}003 \times 0{,}038 = 0{,}142 Kgm^2$$

$$I_{raio} = \frac{M_{raio} L^2}{3} = \gamma \frac{\pi d^2}{4} L \frac{L^2}{3} = \frac{\gamma \pi d^2 L^3}{12}$$

$$I_{raio} = \frac{7700 \times 3{,}14 \times 0{,}0018^2 \times 0{,}28^3}{12} = 0{,}000143 Kgm^2$$

O momento de Inércia do cubo e seus componentes vai ser desprezado diante do momento de Inércia do aro.
Tais peças têm pequenas dimensões e estão localizadas muito perto do centro de rotação.
Na verdade, a contribuição dos raios também é pequena.

$$I_{total} = I_{aro} + 36 \times I_{raio} = 0{,}147 Kgm^2$$

Esse valor deve ser considerado apenas como indicador da ordem de grandeza do Momento de Inércia da roda de bicicleta.

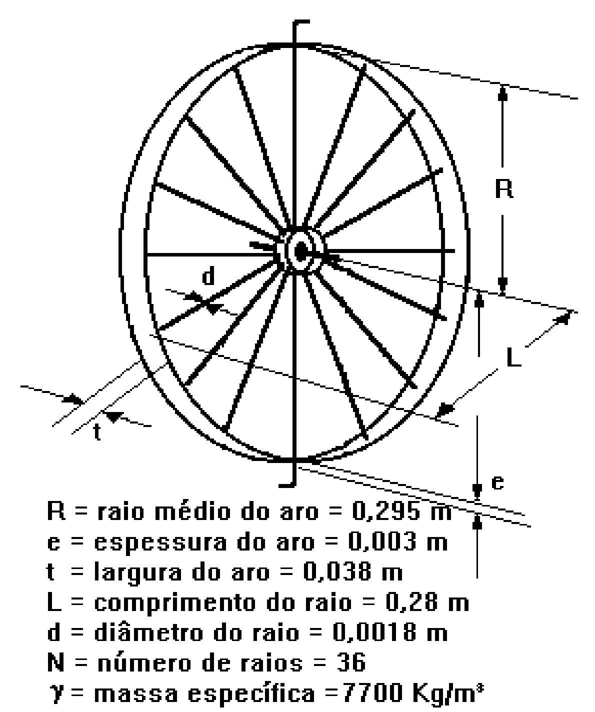
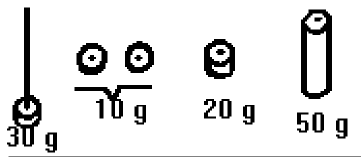


Fig. 03 - Dimensões da roda de bicicleta

O fator principal a produzir a incerteza é o uso da massa específica do aço quando outros materiais e ligas diversas compoem as rodas de bicicleta, variando conforme o modelo, fabricante e época.

MONTAGEM (Fig. (01).

O conjunto de pesos tem o suporte com 30g; 2 x 10g;1 x 20g e 1 x 50g.



Conjunto de pesos pequenos

Para medir o tempo gira-se a roda de modo que o peso fique a uma distância "h" (50 cm) do 2º contato rápido (CR). Solta-se a roda, acionando-se simultaneamente (manualmente) o 1º (CR). O 2º (CR) fica próxima a uma caixinha de madeira junto ao solo de modo que ao ser desligada o peso cai na caixa e deixa de tracionar a roda. Neste instante é marcado na memória do cronômetro o 1º intervalo de tempo (t). O fio é colocado com um laço bem folgado num gancho existente na roda de maneira a soltar dele, deixando do tracionar a roda quando o peso cai na caixinha de madeira. Quando a roda pára aperta-se o botão "Início-Fim" na parte frontal do cronômetro, para marcar o tempo total (t"). Anota-se o valor indicado no visor (t) e aperta-se "Fim" para obter t" e então calcular t'= t" - t. Pressiona-se "zero" para começar uma nova medida.
Para determinar o tempo do 1º movimento para diferentes valores de h basta regular a posição do peso, girando cuidadosamente a roda e repetir a 1ª parte do procedimento descrito acima.

A roda de bicicleta é "aro 26": D = 26" ⟶ r = 13" = 33,0 cm.

PROCEDIMENTO I: DINÂMICA DA ROTAÇÃO

(01) O fio é colocado no gancho existente na jante de modo a sair dele naturalmente quando o peso atinge a caixinha de madeira;

(02) O 2º (CR) é colocado o mais próximo possível da caixinha de madeira;

(03) A altura h é medida entre a parte inferior do peso e o 2º (CR);

(04) O peso é colocado na altura adequada em relação ao 2º (CR) e solta-se a roda (Nessa operação gire a roda até conseguir que o peso fique na posição conveniente. **Não dê nós no fio de nylon!**);

(05) Ao soltar a roda aciona-se simultaneamente (manualmente) o 1º (CR) e liga-se o cronômetro;

(06) Ao tocar o 2º (CR) marca-se o 1º intervalo de tempo (t) e o seu valor deve ser anotado imediatamente;

(07) Quando a roda pára aperta-se o botão "Início - Fim" para marcar o tempo total (t");

(08) Para ler o tempo t" aperta-se o botão "Fim" e assim pode-se calcular o tempo do 2º movimento :

$$t' = t'' - t.$$

(09) Pressiona-se "zero" para uma nova medida.

PROCEDIMENTO II: INVESTIGAÇÃO DA CONSTÂNCIA DO ATRITO

(10) Para medir t para diversos valores de h deve-se repetir os passos de (01) a (06) (manter a massa constante em 0,030 Kg);

(11) Nesse caso, como não se vai medir o 2º tempo aperta-se o botão "Início - Fim", em seguida o botão "Fim" e finalmente o "zero" para uma nova medida.

FÍSICA EXPERIMENTAL I - MANUAL DE INSTRUÇÕES
EXPERIÊNCIA 6 : Compensação do Atrito

OBJETIVOS: compensar o atrito das rodas e roldana de um carro num trilho.

TEORIA: Cálculo da aceleração de um carro puxado por um peso mg:

Isolando mg:

$$mg - T_1 = ma \qquad (01)$$

Isolando a roldana:

$$T_1 r - T_2 r - \tau_{at} = I\frac{a}{r} \qquad (02)$$

(r = Raio da roldana)

(Obs.: ver a demonstração da 2ª Lei de Newton na rotação na pág. 11)

Isolando o carro sem as rodas:

$$T_2 - 2F = M'a \qquad (03)$$

(M'= M - 2m';m'= massa da roda)

Isolando a roda do carro:

$$F - F_{at} = m'a \qquad (04)$$

$$F_{at}r' - \tau'_{at} = I'\frac{a}{r'} \qquad (05)$$

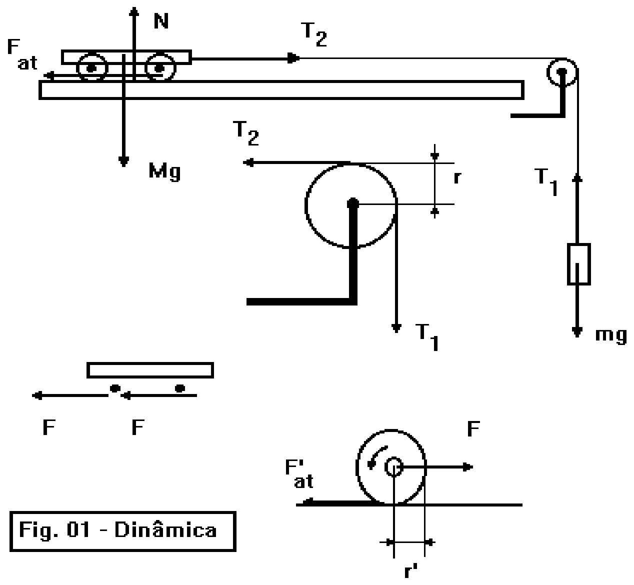


Fig. 01 - Dinâmica

Destas cinco equações:

$$a = \frac{mg - \left(\frac{\tau_{at}}{r} - \frac{2\tau'_{at}}{r'}\right)}{M + m + \left(\frac{I}{r^2} + \frac{2I'}{r'^2}\right)} \qquad (06)$$

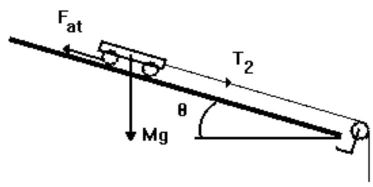


Fig. 02 - COMPENSAÇÃO

Para compensar o atrito inclinamos o plano. A força adicional é Mg sen(θ) e a equação para "a" fica:

$$a = \frac{mg + \left[Mg\,\mathrm{sen}(\theta) - \left(\frac{\tau_{at}}{r} - \frac{2\tau'_{at}}{r'}\right)\right]}{M + m + \left(\frac{I}{r^2} + \frac{2I'}{r'^2}\right)} \qquad (07)$$

Com $Mg\,\mathrm{sen}(\theta) = \frac{\tau_{at}}{r} + \frac{2\tau_{at}}{r'}$, se o atrito for constante, está compensado o atrito.

$$\Delta m = \frac{I}{r^2} + \frac{2I'}{r'^2} \qquad (08)$$

corresponde à inércia das rodas e roldana.

Aceleração com o atrito compensado: $a_C = \frac{mg}{(M+m)}$ (09) Aceleração medida: $a_M = \frac{2x}{t^2}$ (10)

Tempo calculado com a_c: $t_C = \sqrt{\frac{2x(M+m)}{mg}}$ (11)

COMENTÁRIOS SOBRE O ATRITO DE ROLAMENTO:

O atrito de rolamento é proporcional à Normal e à velocidade.

Quando a normal aumenta, aumenta o atrito de rolamento, O mesmo acontece quando a velocidade aumenta. Na Tabela do relatório, a compensação é efetuada para M = 1000 g e m = 80 g. Os raciocínios seguintes tomam esses valores como base para comparação.

No primeiro trecho (500 < M < 1000 e m = 80 g), a Normal é menor (o atrito diminuí) mas a velocidade é maior (o atrito aumenta). Se o resultado desses dois fatores for o aumento efetivo do atrito observaremos movimentos de maior duração do que ocorreu na compensação, $t_m > t_c$ e $\Delta t = t_c - t_m < 0$. Um outro fator a considerar é a diminuição da componente do peso ao longo do plano que compensa o atrito. Isto tem como efeito um atenuação do aumento da velocidade).

No segundo trecho(1000 < M < 1500 e m = 80 g), a normal é maior (o atrito aumenta) mas a velocidade diminuí (o atrito diminuí) (a componente do peso aumenta fazendo abrandar um pouco esse efeito). O atrito efetivamente poderá aumentar ou diminuir. Se aumentar $\Delta t < 0$. O resultado desse trecho deverá estar em concordância com o trecho anterior. Isto é: se o fator velocidade prevalecer num trecho também prevalecerá no outro.

No terceiro trecho (M = 1000 g e 30 < m < 80) a Normal não se altera e ocorre uma diminuição da velocidade. Nesse caso, o atrito diminuirá e teremos $\Delta t > 0$.

No quarto trecho (M = 1000 g e 80 < m < 120) deverá acontecer o contrário.

MONTAGEM:

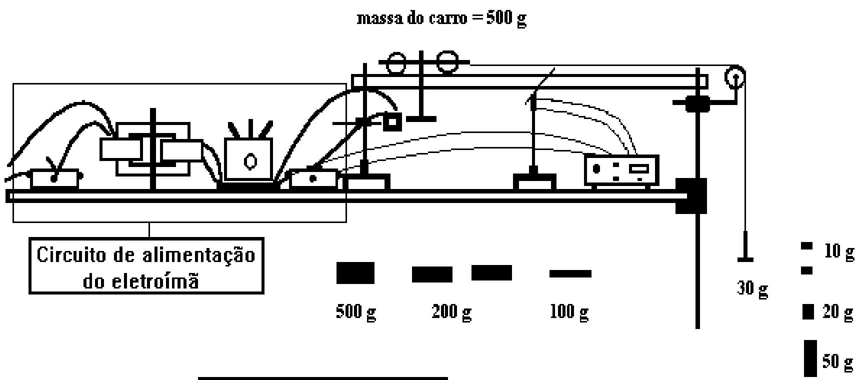


Fig. 3 - 2ª Lei de Newton

O carro (500g) é retido na origem pelo eletroímã.
Para ser solto, aperta-se a chave elétrica, ligando-se simultaneamente o cronômetro.
Ao passar no contato rápido é marcado o tempo para um percurso de 0,500 m. O peso do carro pode ser alterado pelo acréscimo das massas indicadas na Fig. (03).
O peso que traciona o carro também pode ser mudado trocando-se massas conforme mostra a Fig. (03).
A atração do eletroímã deve ser mínima para aumentar a precisão na medida do tempo evitando-se uma retenção exagerada do carro no instante inicial. Para diminuí-la basta deixar no mínimo a tensão de alimentação alterando a posição dos fios no secundário do transformador. **Não dê nós no fio de nylon!**

PROCEDIMENTO I: COMPENSAÇÃO DO ATRITO

(01) Faça M = 1000g e m = 80g e meça o tempo do percurso de x = 1,000 m. A aceleração pode ser medida por:

$a = \frac{2x}{t^2} = \frac{2\times 1{,}000}{t^2} = \frac{2}{t^2}$ Vamos chamar esta aceleração de $a_m = aceleraçãomedida = \frac{2}{t_m{}^2}$

Esta aceleração, supondo o atrito compensado, também pode ser calculada por: $a_c = \frac{mg}{(M+m)}$

Se o carro se deslocar com a_c o tempo será $t_c = \sqrt{\frac{2x(M+m)}{mg}} = \sqrt{\frac{2(1000+80)}{80\times 9{,}81}} = 1{,}66\ s$

Com $t_m = t_c$ o atrito está compensado.
(02) - Ajuste a inclinação do trilho usando o parafuso da pinça de mesa;
(03) - Compense o atrito inclinando o trilho até que o tempo medido para as massas especificadas em (01) coincida com o tempo calculado (1,66 s);
(04) - Verifique se o atrito continua compensado para outras massas (M, m) conforme as indicações da Tabela 01(COMPENSAÇÃO DO ATRITO).

PROCEDIMENTO II: ANÁLISE DA 2ª LEI DE NEWTON

(05) – Na tabela (01) do relatório, da linha (02) à (11) a massa que traciona o carro é mantida constante no valor de 80 g enquanto a massa do carro varia de 500 a 1500 g. Da equação (09) obtemos:

$M = m\left(\frac{g}{a} - 1\right)$ (a = aceleração medida). Um gráfico $M\ x\left(\frac{g}{a} - 1\right)$ deve dar uma reta (Tabela 02 da planilha)

(06) – Na tabela (01) do relatório, da linha (12) à (21) a massa do o carro é mantida constante no valor de 1000 g enquanto a massa que traciona o carro varia de 30 a 130 g. Da equação (09) obtemos:

$m = M\left(\frac{g}{a} - 1\right)^{-1}$ (a = aceleração medida). Um gráfico $m\ x\left(\frac{g}{a} - 1\right)^{-1}$ deve dar uma reta (Tabela 03 da planilha)

FÍSICA EXPERIMENTAL I - MANUAL DE INSTRUÇÕES
EXPERIÊNCIA 7 : Associações de Molas

OBJETIVOS: comprovar as fórmulas de associação em série e paralelo de molas. testar a lei de Hooke e a fórmula do período nas oscilações com molas.

TEORIA:

LEI DE HOOKE:

$$F = Kx \begin{cases} F = \textit{Força aplicada à mola} \\ K = \textit{constante elástica da mola} \\ x = \textit{deformação} \end{cases} \qquad (01)$$

OSCILAÇÕES NUMA MOLA
EQUAÇÃO DIFERENCIAL

$$m\frac{d^2x}{dt^2} = -Kx \rightarrow \frac{d^2x}{dt^2} + \frac{K}{m}x = 0 \qquad (02)$$

Possível solução: $x = A\cos(\omega t + \delta)$ (03)

Derivando (03) duas vezes e levando em (02):

$$\frac{dx}{dt} = -\omega A\,\mathrm{sen}(\omega t + \delta) \rightarrow \frac{d^2x}{dt^2} = -\omega^2 A\cos(\omega t + \delta)$$

$$-\omega^2 A\cos(\omega t + \delta) + \frac{K}{m}A\cos(\omega t + \delta) = 0 \rightarrow$$

$$A\cos(\omega t + \delta)\left(-\omega^2 + \frac{K}{m}\right) = 0 \rightarrow \omega^2 = \frac{K}{m}$$

$$\textit{Período} = 2\pi\sqrt{\frac{m}{K}} \rightarrow A = \textit{amlitude inicial}$$

$$\delta = \textit{ângulo de fase inicial} = 0 \ \textit{quando há espaço inicial}$$

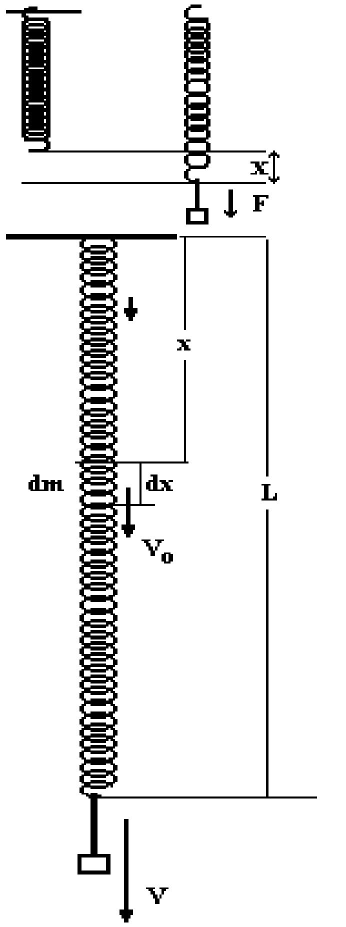


FIG. 01 - LEI DE HOOKE INFLUÊNCIA DA MASSA DA MOLA

INFLUÊNCIA DA MASSA DA MOLA:

Na porção dm: $dE_{C0} = \frac{1}{2}dm_0V_0^2$ Hipóteses $\begin{cases} V = Cx \\ dm_0 = \lambda\,dx \end{cases}$

$$dE_{C0} = \frac{1}{2}\lambda C^2x^2dx \rightarrow E_{C0} = \frac{1}{2}\lambda C^2\int_0^L x^2dx = \frac{1}{2}\lambda C^2\frac{x^3}{3}$$

$$E_{C0} = \frac{1}{2}\frac{m_0}{L}\frac{V^2}{L^2}\frac{L^3}{3} = \frac{1}{2}\left(\frac{m_0}{3}\right)V^2 \text{ = energia cinética da mola}$$

$$E_{CT} = E_{Cm} + E_{C0} = \frac{1}{2}mV^2 + \frac{1}{2}\left(\frac{m_0}{3}\right)V^2 = \frac{1}{2}\left(m + \frac{m_0}{3}\right)V^2$$

Energia cinética total (massa + mola).

Aí vemos a participação da massa da mola nas oscilações: acréscimo de 1/3 na massa suspensa.

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{m + \frac{m_0}{3}}{K}} \begin{cases} m = \textit{massa presa à mola} \\ m_0 = \textit{massa da mola} \\ T = \textit{período} \end{cases} \qquad (04)$$

MOLAS ASSOCIADAS EM SÉRIE (Fig. 02):

Na associação de molas em série a força é comum nas duas molas e a deformação total é a soma das deformações secundárias das duas molas:

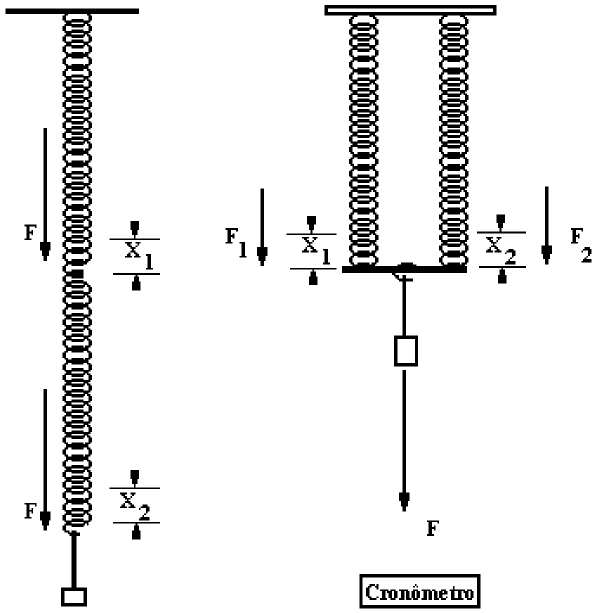
$$x_1 = \frac{F}{K_1} \quad e \quad x_2 = \frac{F}{K_2}$$

$$x = x_1 + x_2$$

$$\frac{F}{K_e} = \frac{F}{K_1} + \frac{F}{K_2}$$

$$K_e = \frac{K_1 K_2}{K_1 + K_2} \qquad (05)$$

{K_e = Constante Elástica Equivalente}



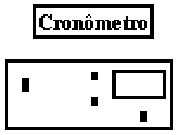


Fig. 02 - Associações em Série e Paralelo

MOLAS ASSOCIADAS EM PARALELO:

A deformação é comum às duas molas e a força total é a soma das forças nas duas molas:

$$F = F_1 + F_2 = K_1 x + K_2 x = (K_1 + K_2)x$$

$$K_e x = (K_1 + K_2)x$$

$$K_e = K_1 + K_2 \qquad (06)$$

MONTAGEM

A fig.02 mostra as molas associadas em série e em paralelo. Para determinar x usa-se como referência a parte inferior do suporte dos pesos: 2 x 500; 2 x 200; 1 x 100g.
Para determinar o período meça o tempo para 10 oscilações.
Faça uma contagem regressiva após produzir oscilações de pequena amplitude e tomando a parte inferior como referência.

PROCEDIMENTO

Para medir o período, produza oscilações e conte nos instantes de retorno da parte inferior do movimento:

3 - 2 - 1 - 0 (liga o cronômetro) - 1 - 2 - 3 - 4 - 5 - 6 - 7 - 8 - 9 - 10 (desliga o cronômetro).

Divida por 10 antes de anotar na tabela.
Comece as medidas com os pesos maiores para ir adquirindo habilidade na determinação de tempos menores.

Para medir as deformações proceda do seguinte modo (Fig. 03):
- coloque uma régua sobre um banco ou no chão de modo que o zero coincida com a parte inferior do suporte dos pesos;
- coloque o peso indicado na Tabela do relatório e verifique a posição da parte inferior do suporte dos pesos na mesma régua. O valor dessa medida é a deformação da mola sob ação desse peso.

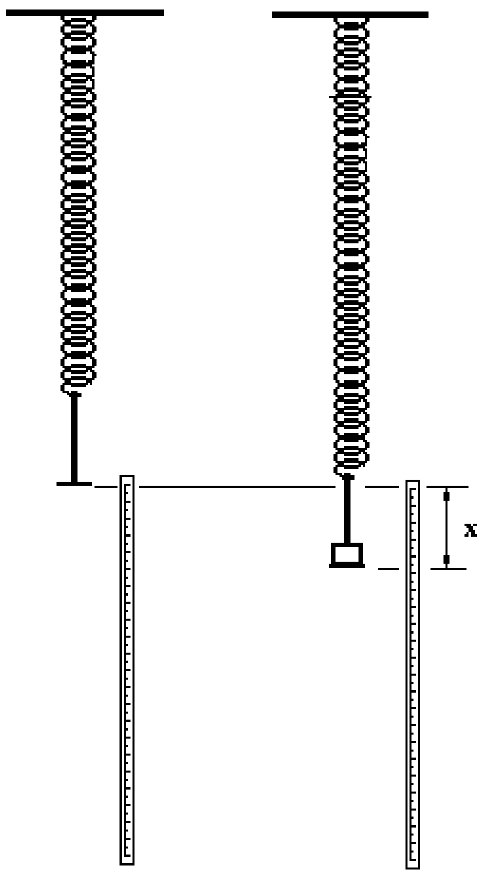


FIG. 03 - Medida de "x"

FÍSICA EXPERIMENTAL I - MANUAL DE INSTRUÇÕES
EXPERIÊNCIA 8 : Ondas em Molas

OBJETIVOS: comprovar a fórmula da velocidade de ondas longitudinais numa mola. determinar a constante elástica de uma mola de grande comprimento.

TEORIA:

Velocidade das ondas longitudinais numa mola:

$$V = \sqrt{\frac{KL(L - L_0)}{m_0}} \begin{cases} L = comprimento\ da\ mola\ esticada \\ L_0 = comprimento\ da\ mola\ em\ repouso \\ m_0 = massa da mola \\ K = constante\ elastica\ da\ mola \end{cases} \qquad (01)$$

Constante Elástica da Mola, determinação pela Lei de Hooke: $K_e = \frac{F}{x}$ (02)

F = Força deformadora aplicada à mola; x = deformação

PROCEDIMENTO

MONTAGEM 1 : ONDAS LONGITUDINAIS

Para determinar V, medimos o tempo de ida e volta de 5 pulsos longitudinais.
Recolha alguns elos da mola numa extremidade e, ao soltar, ligue o cronômetro. Observe o retorno do pulso e no 5°, desligue.

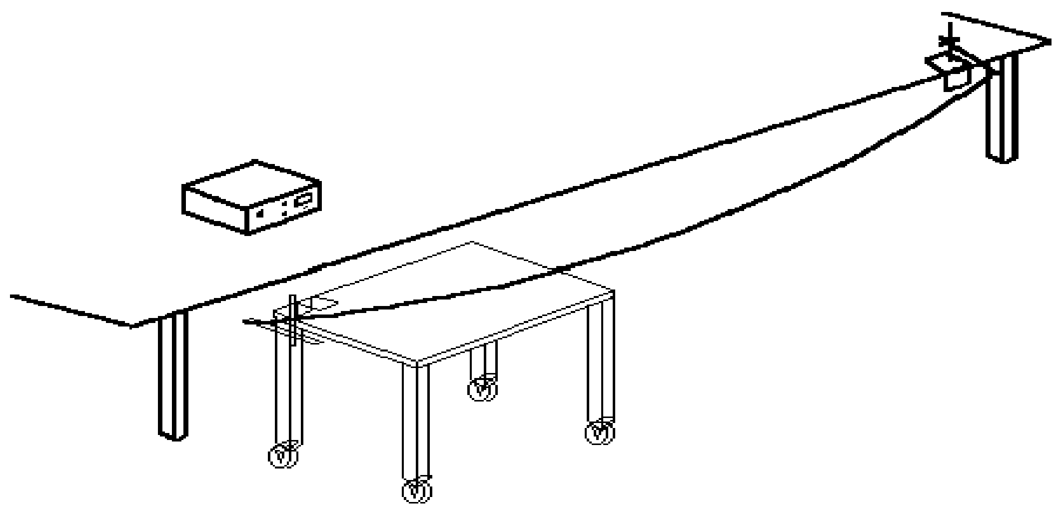


Fig. 01 - Medida de Velocidade

Para calcular a velocidade, use a fórmula: $V = \frac{2L}{T}$ (03)

Para conseguir comprimentos diferentes desloque a mesa móvel, à vontade, de modo a produzir grande diferença entre o menor e o maior comprimento para realização de dez medidas.
Faça cinco medidas do tempo para cada distância e anote a média dessas medidas na tabela 1 do relatório.
O comprimento da mola (L) é medido ao longo de sua estrutura e não se refere à distância entre seus suportes.
O comprimento natural da mola (L_0) é medido com a mola sobre a mesa.

MONTAGEM 2 :

DETERMINAÇÃO DE K_e

A mola é esticada por um Peso.
Ela é suspensa da janela do pavimento superior e mede-se o deslocamento correspondente a cada força aplicada.
A mola apresenta-se "sempre fechada" de modo que é requerida uma força inicial para deslocá-la.
Assim para encontrar K_e (constante elástica determinada por um processo estático) usamos a fórmula:

$$K_e = \frac{F - F_0}{X - X_0} = \frac{\Delta F}{\Delta x} \qquad (04)$$

Faça o seguinte: coloque o suporte de 0,100 kgf à mola (F_0). Esse ponto corresponde ao delocamento inicial, considerado nulo, da mola. A partir daí será medido o deslocamento Δx, mediante o uso do esquadro e da escala.
Escolha a parte inferior do suporte dos pesos da mola como ponto de referência colocando aí o zero da escala.
Coloque agora o peso de 0,100 kgf e meça o aumento de comprimento correspondente a esse aumento de força.
Coloque outros pesos de modo a efetuar todas as medidas da Tabela 2 do relatório.

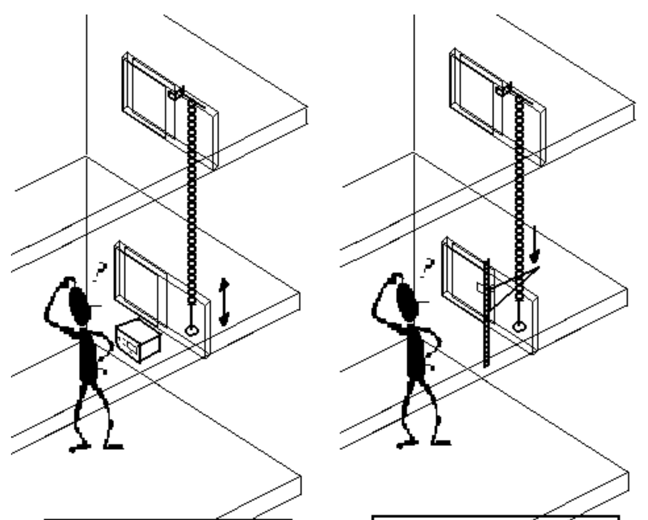


Fig. 02A Determinação de K
PROCESSO DINÂMICO

Fig. 02B Determinação de K
PROCESSO ESTÁTICO

DETERMINAÇÃO DE K_d

Usando os mesmos pesos do item anterior, coloque a mola para oscilar (pequena oscilação) e determine o período.
A fórmula do período considerando a influência da massa da mola é:

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{m + \frac{m_0}{3}}{K_D}} \begin{cases} m = massa\ presa\ `a\ mola \\ m_0 = massa\ da\ mola \\ T = período \end{cases}$$

K_D = constante elástica da mola determinada por um processo dinâmico.

$$K_D = \frac{4\pi^2\left(m + \frac{m_0}{3}\right)}{T^2}$$

Faça medidas conforme as indicações da tabela 3.

OBS.: INFLUÊNCIA DA MASSA DA MOLA:

Na porção dm: $dE_{C0} = \frac{1}{2} dm_0 V_0^2$ Hipóteses $\begin{cases} V = Cx \\ dm_0 = \lambda\, dx \end{cases}$

$$dE_{C0} = \frac{1}{2}\lambda C^2 x^2 dx \rightarrow E_{C0} = \frac{1}{2}\lambda C^2 \int_0^L x^2 dx = \frac{1}{2}\lambda C^2 \frac{x^3}{3}$$

$$E_{C0} = \frac{1}{2}\frac{m_0}{L}\frac{V^2}{L^2}\frac{L^3}{3} = \frac{1}{2}\left(\frac{m_0}{3}\right)V^2 = \text{energia cinética da mola}$$

$$E_{CT} = E_{Cm} + E_{C0} = \frac{1}{2} mV^2 + \frac{1}{2}\left(\frac{m_0}{3}\right)V^2 = \frac{1}{2}\left(m + \frac{m_0}{3}\right)V^2$$

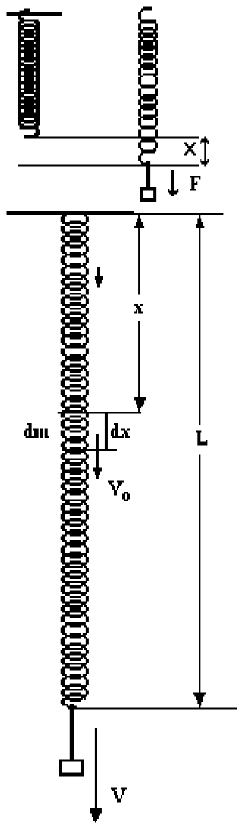


Fig. 03 - Influência da massa da mola

Energia cinética total (massa + mola).
Aí vemos a participação da massa da mola nas oscilações: acréscimo de 1/3 na massa suspensa.

EXPERIÊNCIA 9 : Movimento Amortecido I

OBJETIVO: Determinar as características de um movimento oscilatório amortecido.

TEORIA: Equação diferencial do movimento oscilatório amortecido.

$$I\frac{d^2\theta}{dt^2}+b\frac{d\theta}{dt}+K\theta=0 \qquad (01)$$

Inércia de rotação + Reação do atrito no mancal da roda + Reação elástica da mola = 0

Solução: $\theta=\theta_0 e^{-\frac{bt}{2I}}\cos(\omega' t+\delta)$ (02)

θ = Ângulo ou amplitude no instante t (º);
θ_0 = Ângulo ou amplitude inicial (º);
b = Índice de amortecimento do mancal da roda (Nms);
I = Momento de inércia da roda (Kgm^2);
ω' = Freqüência (rad/S);
δ = Ângulo de fase inicial = 0 (se o movimento começa com amplitude inicial).

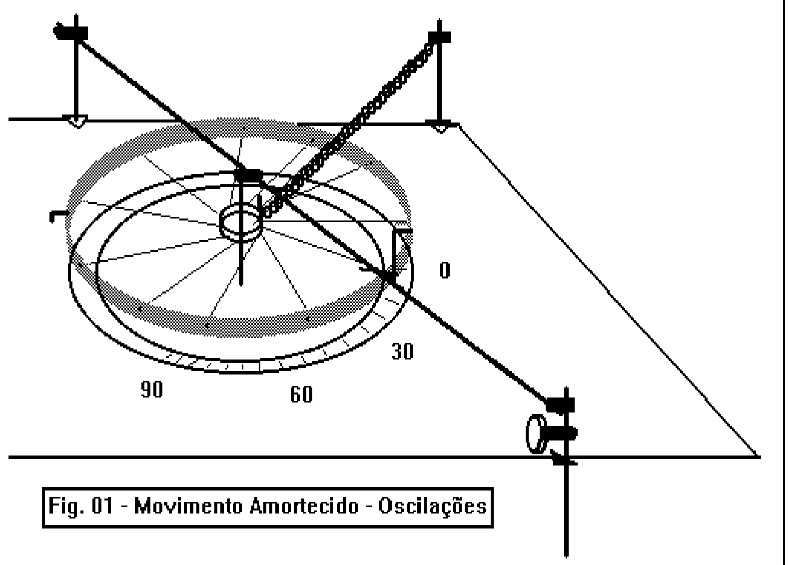


Fig. 01 - Movimento Amortecido - Oscilações

$$\omega'=\sqrt{\frac{K}{I}-\left(\frac{b}{2I}\right)^2} \qquad (03)$$

Relação entre amplitudes sucessivas;

$$t=T\rightarrow\theta_1=\theta_o e^{-\frac{bT}{2I}} \qquad \frac{\theta_1}{\theta_2}=e^{\left[-\left(\frac{bT}{2I}\right)+\left(\frac{b2T}{2I}\right)\right]}=e^{\left(\frac{bT}{2I}\right)}$$

$$t=2T\rightarrow\theta_2=\theta_0 e^{-\frac{b2T}{2I}}$$

$$Ln\left(\frac{\theta_1}{\theta_2}\right)=\frac{bT}{2I} \qquad (04)$$

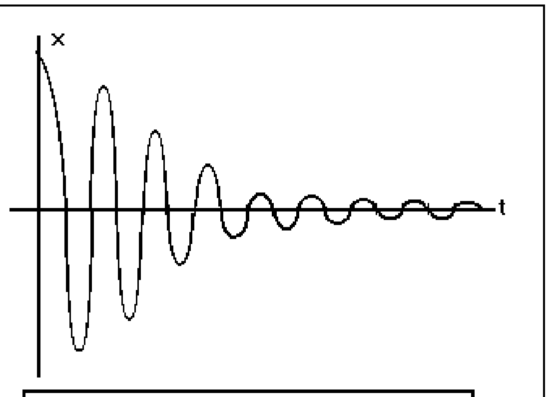


Fig. 02 - Gráfico do movimento amortecido

Determinamos experimentalmente os valores de ω', $Ln\left(\frac{\theta_1}{\theta_2}\right)$,K e com as equações (03) e (04) podemos encontrar b e I.

MONTAGEM 1: DETERMINAÇÃO DE K

$$\tau=k\theta\rightarrow k=\frac{\tau}{\theta}=\frac{PR}{\theta}\left(\frac{Nm}{rad}\right) \qquad (05)$$

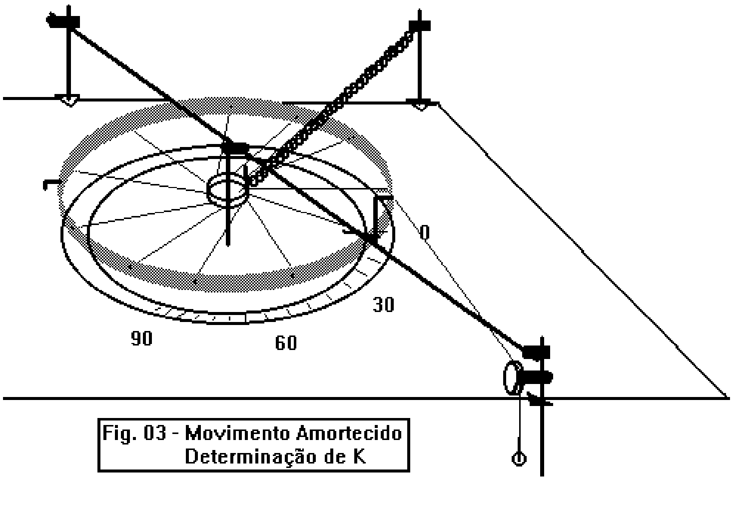


Fig. 03 - Movimento Amortecido Determinação de K

Colocamos pesos e determinamos θ (Fig. 03).
Na colocação dos pesos maiores pode ocorrer que o suporte toque o chão. Nesse caso, **não dê nós no fio de nylon**; segure a roda nessa posição e desloque o laço existente no fio até o outro ressalto existente na roda.
Observe que o fio deve estar tangenciando o aro da roda e disposto horizontalmente para que a força exercida fique perpendicular ao raio em seu ponto de saída. Se não for assim, o cálculo de K , usando a Eq. (05) estará errado.
Girar o transferidor, centralizado com o eixo da roda, para zerar a medida do ângulo quando não há torque externo.

MONTAGEM 2 : MEDIDAS DA AMPLITUDE E DO PERÍODO.

Colocamos a roda de modo a um dos indicadores presos à mesma ficar em zero. Giramos de 90º no sentido horário. Soltamos e ligamos o cronômetro. Observamos as posições de retorno no mesmo lado e paramos o cronômetro na 5 ª e na 10ª oscilação completa. Dividindo o tempo obtido por cinco ou dez, encontramos o período. Comparando os períodos obtidos com 5 e 10 oscilações podemos verificar se fica invariável com a queda da amplitude.

PROCEDIMENTO:

Na determinação das amplitudes sucessivas a roda deve ser detida no ponto de retorno e depois solta.
Inicialmente, após ajustar o indicador em zero (girando o transferidor) gira-se a roda até 90º e solta-se.
A roda deve ser retida no primeiro retorno (1° período) e anotada a o ângulo nessa posição.
Solta-se novamente a roda e repete-se para determinar os ângulos correspondentes às demais amplitudes.
Atenção para observar as amplitudes do lado correto (Fig. 04)!

Veja a seqüência de figuras:

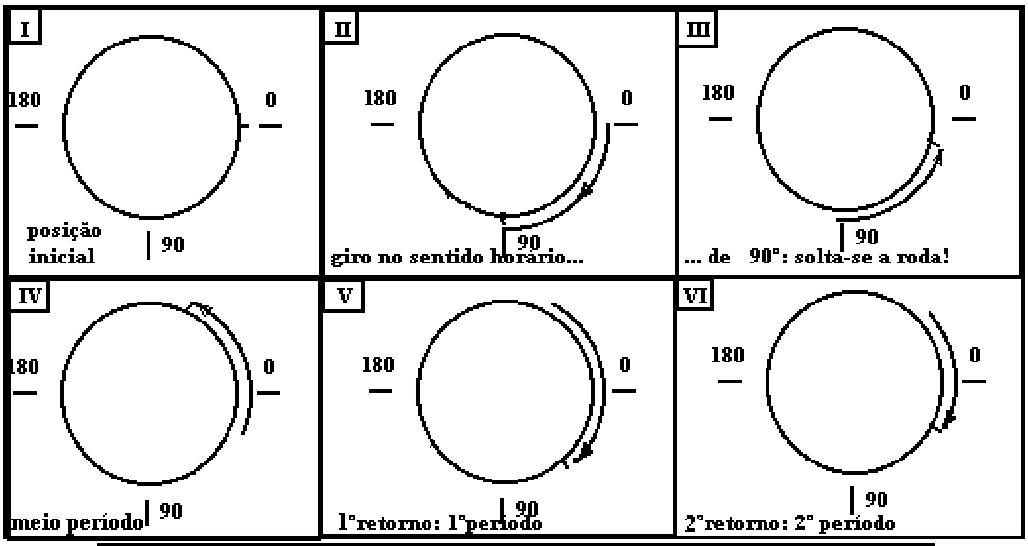


Fig. 04 - Determinação do período e das amplitudes sucessivas

Na determinação do período deixa-se a roda oscilar até o quinto ou décimo retorno para determinar o tempo de cinco e dez oscilações e depois dividir por cinco ou dez para calcular o período (Fig. 04).

EXPERIÊNCIA 10: Pêndulo Reversível

OBJETIVOS: comprovar a fórmula do período e determinar o momento de inércia.

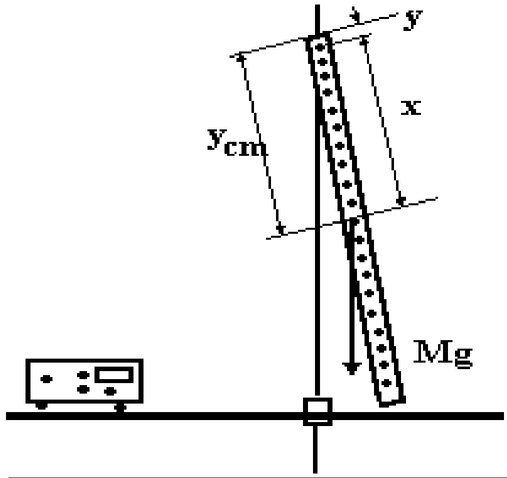


Fig. 01 - Pêndulo Reversível

TEORIA: 2ª Lei de Newton aplicada ao Pêndulo:

$$-Mgx\,\mathrm{sen}\,\theta = I\,\frac{d^2\theta}{dt^2}$$

$$I = I_{CM} + Mx^2 \quad \left(Teorema\ de\ Steiner\right)$$

$I_{CM} = MK^2$ (Momento de Inércia relativo ao centro de massa)

$$I = MK^2 + Mx^2 = M\left(K^2 + x^2\right)$$

$$\left(K^2 = raio\ de\ giração\right)$$

Pequenos ângulos:

$$\frac{d^2\theta}{dt^2} + \left(\frac{gx}{\left(K^2 + x^2\right)}\right)\theta = 0$$

$$T^2 x = \frac{4\pi^2 K^2}{g} + \left(\frac{4\pi^2}{g}\right)x^2$$

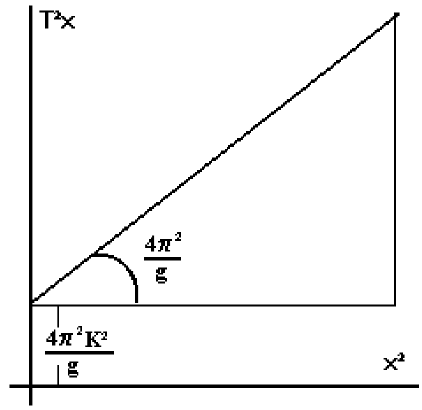


Fig. 02 - Gráfico T²x = f(x²)

OUTRAS PROPRIEDADES DO PÊNDULO FÍSICO:

FÓRMULA DO PERÍODO EM FUNÇÃO DA POSIÇÃO DO CENTRO DE SUSPENSÃO:

Da fórmula do período:

$$y_{CM} = x + y \rightarrow T = 2\pi\sqrt{\frac{K^2 + \left(y_{CM} - y\right)^2}{g(y_{CM} - y)}}$$

- DETERMINAÇÃO DA POSIÇÃO DO CENTRO DE MASSA:

No gráfico T x y, para $y = y_{cm}$, $T \rightarrow \infty$.

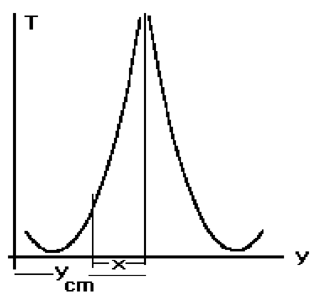


Fig. 03 - Período - y_{cm}

- DETERMINAÇÃO DO RAIO DE GIRAÇÃO:

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{K^2 + x^2}{gx}} \rightarrow T = \frac{2\pi}{\sqrt{g}}\sqrt{\frac{K^2 + x^2}{x}}$$

$$\rightarrow f(a) = \frac{K^2 + x^2}{x}$$

O valor mínimo do período, no gráfico T x y corresponde ao valor mínimo de $f(a)$:

$$f'(a) = \frac{x^2 - K^2}{x^2} \rightarrow \frac{x^2 - K^2}{x^2} = 0 \rightarrow x^2 - K^2 = 0$$

$$\rightarrow |x| = |K| \rightarrow f''(x) = \frac{2}{K} > 0$$

CONCLUSÃO: No ponto $x = K$ ocorre o mínimo da função $T = f(x)$

VALOR MÍNIMO DO PERÍODO:

O valor mínimo de T é obtido fazendo x = K na fórmula de T:

$$T_{MIN} = 2\pi\sqrt{\frac{2K}{g}} = \sqrt{\frac{8\pi^2 K}{g}}$$

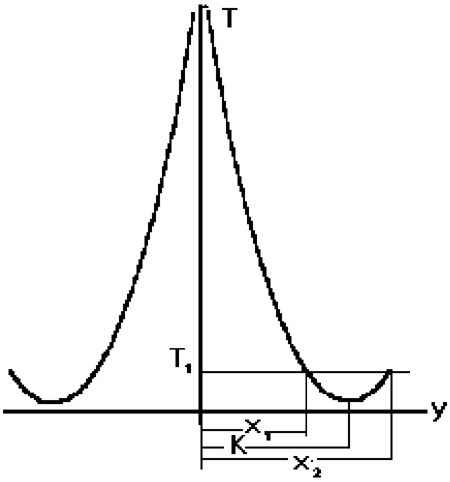


Fig. 04 - Pêndulo Físico: x_1 e x_2

OUTRO ASPECTO A SER VERIFICADO GRAFICAMENTE:

$$T^2 a = \frac{4\pi^2 K^2}{g} + \frac{4\pi^2}{g} a^2 \qquad a^2 - \frac{T^2 g}{4\pi^2} a + K^2 = 0$$

Chamando as raízes de x_1 e x_2:

$$x_1 + x_2 = \frac{T^2 g}{4\pi^2} \rightarrow x_1 x_2 = K^2$$

$$a_1 a_2 = K^2$$

Observação: $\frac{T^2 g}{4\pi^2}$ é chamado de <u>*comprimento de pêndulo simples equivalente.*</u>

MONTAGEM:

Para medir y colocamos a régua sobre o pêndulo com o zero numa das extremidades e determinamos y até o ponto de suspensão. As medidas de y são efetuadas entre a extremidade e o centro de cada furo.

PROCEDIMENTO

(01) Medir y para todos os furos do pêndulo: coloque o pêndulo sobre a mesa e a régua sobre ele fazendo coincidir o "zero" com uma das extremidades (Fig. 02). Meça a distância entre essa extremidade e o centro de cada furo;

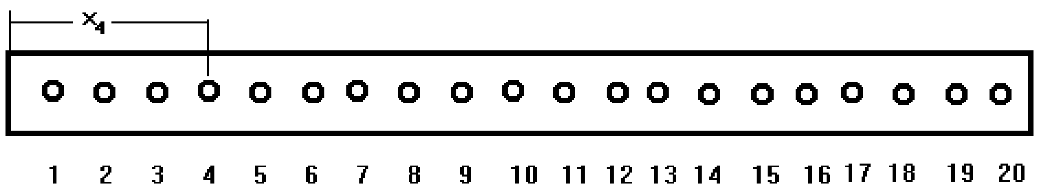


Fig. 05 - Determinação de x

(02) Para medir o período, determine o tempo para 10 oscilações fazendo contagem regressiva no ponto de retorno do pêndulo:
3 – 2 – 1 - 0 (liga o cronômetro) - 1 – 2 – 3 – 4 – 5 – 6 – 7 – 8 - 9 - 10 (desliga o cronômetro).
(03) - Atenção: Entre o 10° e o 11° pontos de suspensão ocorrerá a inversão da posição do pêndulo. **Cuidado com acidentes !**
Obs.: Nas medidas entre o 1° e o 10° períodos o pêndulo estará sendo elevado e o contrário acontece entre o 11° e o 20°.
(04) - Na medida do 10° e do 11° períodos é possível que o pêndulo não efetue dezoscilações. Nesse caso, trabalhe com cinco oscilações !

FÍSICA EXPERIMENTAL I - MANUAL DE INSTRUÇÕES
EXPERIÊNCIA 11 : Pêndulos Acoplados

OBJETIVOS: Determinar a relação entre a posição do acoplamento e o tempo de transmissão da energia.

TEORIA:

Dois pêndulos idênticos são acoplados por uma mola. Colocando-se um deles para oscilar a energia passa para o outro. O tempo de transferência depende da posição do acoplamento. A relação entre T e y é o nosso objetivo. É possível, embora bastante difícil, obter a relação teórica entre T e y. Nesta experiência, preferimos obter tal relação empiricamente.

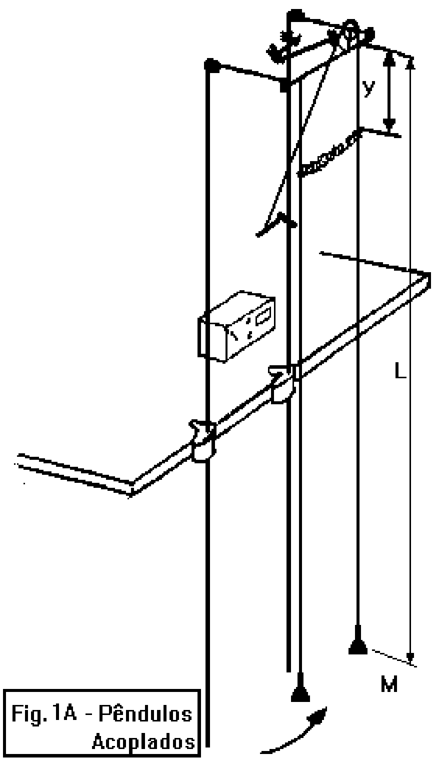


Fig. 1A - Pêndulos Acoplados

PROCEDIMENTO

(01) Estabeleça o valor de y deslocando a mola mas mantendo-a em posição horizontal. Meça o valor (L - y) e anote na tabela 1;
(02) Estabilize completamente os dois pêndulos;
(03) Desloque um deles cerca de 10 cm e solte (sem produzir perturbações laterais) ligando ao mesmo tempo o cronômetro;
(04) A energia de vibração do pêndulo colocado para oscilar inicialmente passará ao outro. Quando o 1º pêndulo parar, desligue o cronômetro: este é o tempo de transferência (T);

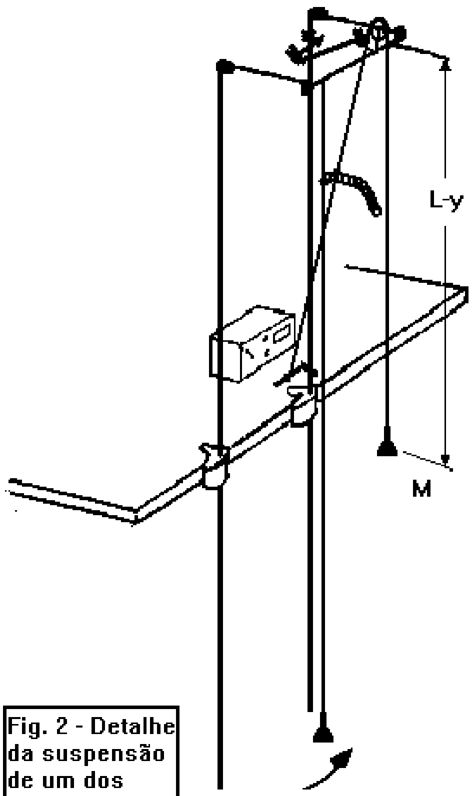


Fig. 2 - Detalhe da suspensão de um dos pêndulos

(05) Meça também o período (P) de um dos pêndulos (deslocando manualmente o suporte de fixação do fio e liberando a mola) para cada posição de acoplamento (determinado pela distância L – y determinada no item (01)). Isto permitirá avaliar também a relação entre o tempo de transmissão de energia e o período dos pêndulos;
(06) Observe um fenômeno semelhante no pêndulo de Wilberforce: as oscilações verticais movimento de translação) transformam-se em oscilações horizontais de torção (movimento de rotação) e vice-versa.
(07) Para verificar que a transmissão de energia ocorre com maior eficiência quando os pêndulos são iguais reduza pela metade o comprimento de um dos pêndulos e repita o procedimento para observar o que acontece. Substitua uma das massas de 2 Kg por uma de 1 Kg e observe o que acontece com a transmissão da energia.

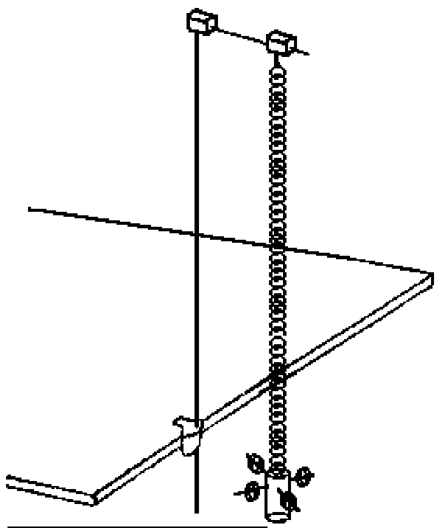


Fig. 1B - Pêndulo com dois modos de vibração

(08) A mesma verificação pode ser realizada com o pêndulo de Wilberforce. Alterando-se radicalmente a posição dos quatro pesos laterais consegue-se também observar uma perda de eficiência na transmissão de energia do modo de torção para o modo de translação. Determine o período das oscilações verticais e das oscilações de torção para confirmar se são realmente iguais quando ocorre transmissão integral do movimento entre esses dois modos de vibração.

FÍSICA EXPERIMENTAL I - MANUAL DE INSTRUÇÕES
EXPERIÊNCIA 12: Força Centrípeta II

OBJETIVOS: Efetuar uma medida direta da força centrípeta e testar a sua fórmula.

TEORIA:

Força Centrípeta = $m\omega^2 r$

Para sua determinação usaremos o seguinte processo (Fig. 01):

Com o sistema em rotação os dois pesos 'fogem" do centro e tracionam a mola com uma força:

$$2m\omega^2 r \tag{01}$$

A reação elástica da mola é: Kx (02)

Com o dispositivo em repouso, a mola apresenta uma deformação mínima apenas para manter os fios ligeiramente esticados e o raio do movimento é **x_o.**

Em movimento, a mola distende de 'x" porque cada peso se afasta do centro exatamente do valor 'x". O raio passa a ser:

$$r = x_0 + x \tag{03}$$

Como a força elástica faz o papel de força centrípeta, teremos:

$$2m\omega^2\left(x_0 + x\right) = Kx \quad (04) \qquad \text{e, daí:} \qquad m\omega^2 = \frac{K}{2}\left(\frac{x_0}{x} + 1\right)^{-1} \quad (05)$$

A equação (05) será analisada experimentalmente.

MONTAGEM

FIG. (01): MEDIDA DA FORÇA CENTRÍPETA ATRAVÉS DA DETERMINAÇÃO DE m, ω e r.

m = o dispositivo tem uma massa de 10 g e pequenas massas de 5 g podem ser adicionadas;

ω = para calcular a velocidade angular determinamos o tempo para dez voltas (t) observadas pela marca na polia do motor. Há uma redução de velocidade da polia do motor para a polia onde está montado o equipamento. O diâmetro da polia do motor é o dobro do diâmetro da polia que aciona o aparelho onde giram as massas. Desse modo, a velocidade é duplicada e assim usaremos a fórmula:

$$\omega = \frac{40\pi}{t} \tag{06}$$

r = calculado pela expressão (03).

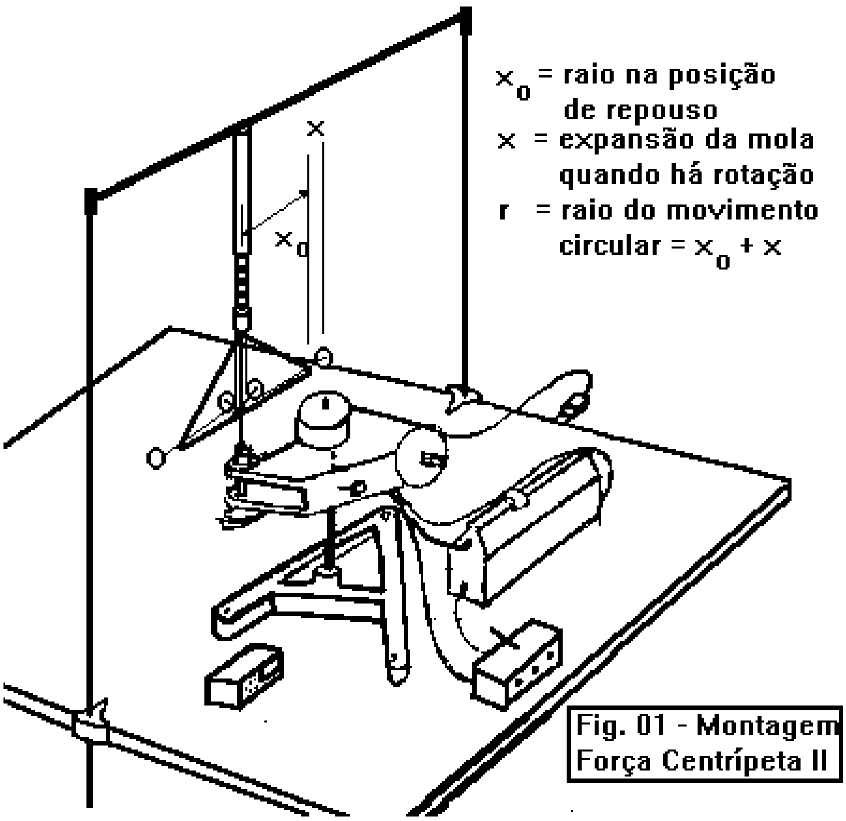


Fig. 01 - Montagem Força Centrípeta II

FIG (02): DETERMINAÇÃO DA CONSTANTE ELÁSTICA DA MOLA:

A mola é desacoplada do dispositivo e alguns pesos conhecidos são pendurados para determinação da constante elástica da mola:

$$K = \frac{F}{x} \qquad (07)$$

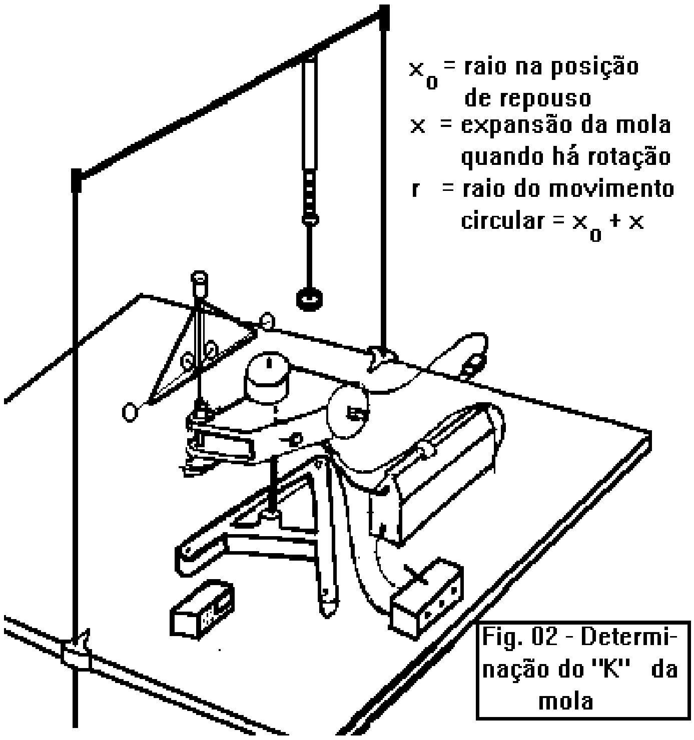


Fig. 02 - Determinação do "K" da mola

PROCEDIMENTO:

DETERMINAÇÃO DA CONSTANTE ELÁSTICA DA MOLA

(01) - O dinamômetro possui uma espécie de capa cilíndrica deslizante que pode ser ajustada para “zerar” a posição da mola (Fig. 03). Coloque os pesos indicados na Tabela (Fig. 04) e determine a deformação da mola. Determina-se K com a expressão (07) efetuando-se a média de cinco medidas.

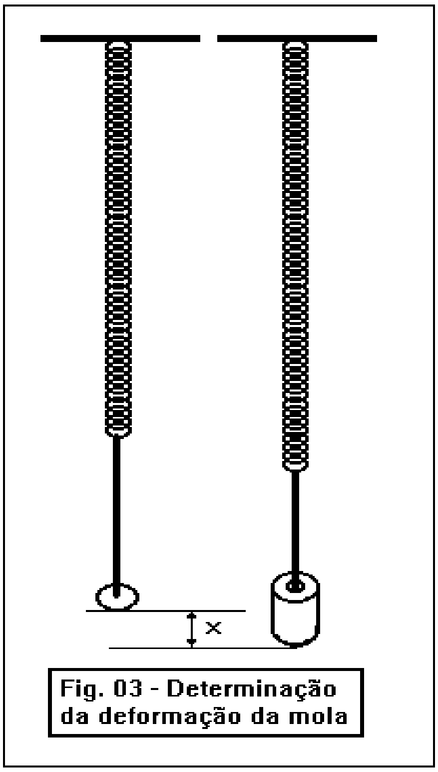


Fig. 03 - Determinação da deformação da mola

DETERMINAÇÃO DA FORÇA CENTRÍPETA

(02) - Antes de ligar o motor, posiciona-se o dispositivo de modo que os fios fiquem ligeiramente esticados;

(03) - Desloca-se a capa do dinamômetro para “zerar” a posição da mola;

(04) - Mede-se o valor de $\mathbf{x_o}$;

(05) - Liga-se o motor e ajusta-se sua velocidade no potenciômetro; mede-se o tempo para dez voltas. No ajuste da velocidade do motor não se deve deixar o suporte onde é colocada as molas encostar na base de apoio pois isso tirará a ação delas e prejudicará a medida da força;

(06) – Meça o deslocamento da mola (x) simultaneamente com a medida do tempo;

(07) - O processo é repetido para massas e velocidades diferentes.

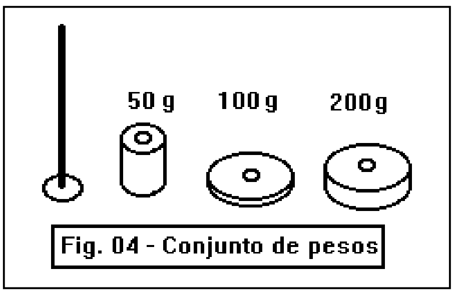


Fig. 04 - Conjunto de pesos

OBJETIVOS: Análise de um movimento amortecido pelo atrito de deslizamento.

TEORIA:

Equação diferencial do movimento amortecido por uma força de atrito constante **F_{at} = - b v** e restaurado por uma força elástica **F = - Kx** e com massa **m**:

$$m\frac{d^2x}{dt^2}+b\frac{dx}{dt}+Kx=0 \quad com\ solução \quad x=Ae^{-\frac{bt}{2m}}\cos(\omega' t+\delta)$$

x = Posição no instante t (m);
A = Amplitude inicial (m);
b = Índice de amortecimento do atrito (Ns/m);
m = massa (Kg);
ω'= Freqüência (Hz);
δ = Ângulo de fase inicial = 0 (se o movimento começa com amplitude inicial).

$$\omega' = \sqrt{\frac{K}{I}-\left(\frac{b}{2m}\right)^2} \qquad (01)$$

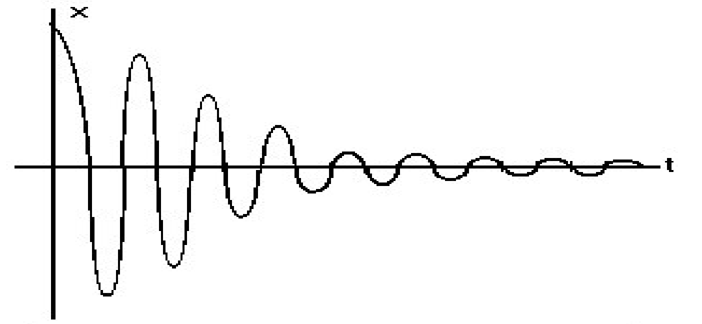


Fig. 01 - Gráfico do movimento amortecido

A equação (01) mostra que a freqüência do movimento independe da amplitude (x): durante o movimento a amplitude vai diminuindo mas o período não muda:

$$T=\frac{2\pi}{\omega'} \qquad (02)$$

A equação (02) mostra que a freqüência do movimento independe da amplitude (x): durante o movimento a amplitude vai diminuindo mas o período não muda.

$$Ln\left(\frac{x_1}{x_2}\right)=\frac{bT}{2m} \qquad (03)$$

A equação (03) revela que o Ln da relação entre amplitudes sucessivas é constante.

MONTAGEM

Um tubo de PVC é o ambiente onde vai acontecer o movimento amortecido. Uma esfera é solta mediante um eletroímã dentro do tubo e realiza um movimento de vai e vem podendo ser lançada de cinco alturas diferentes.
A observação da posição a cada oscilação é realizada através da visão da esfera em furos espaçados igualmente. Nessa trajetória a esfera é iluminada por uma lâmpada.
Para comparar este movimento com o modelo apresentado pela teoria observemos o seguinte:
A força de atrito de deslizamento é constante mas a força de atrito de rolamento é proporcional à velocidade.

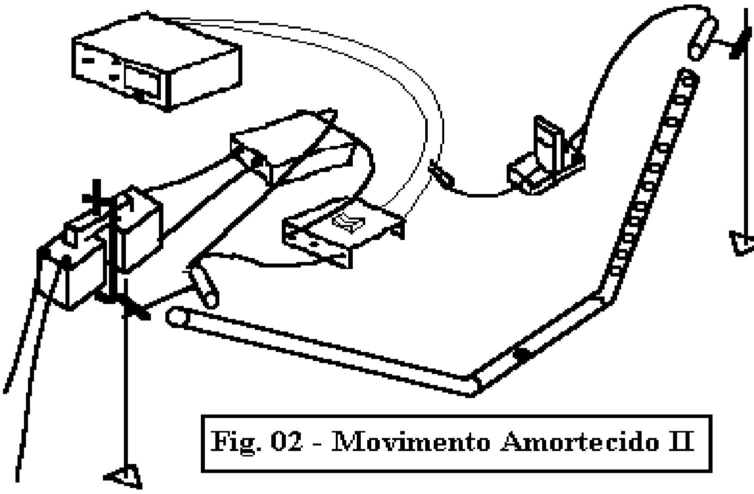


Fig. 02 - Movimento Amortecido II

Assim, se a esfera descer o tubo de PVC girando,. a força de atrito será do tipo $F_{at}=-bv$ e nesse aspecto o movimento corresponde ao modelo teórico.
A força restauradora existe (componente do peso ao longo do plano) mas é constante e não diretamente proporcional ao deslocamento. Neste ponto, o movimento não corresponde ao modelo teórico.
A inércia atua igualmente ao modelo teórico.
Vamos poder analisar estes aspectos todos efetuando medidas do período em amplitudes iniciais e massas distintas [Eq. (02)] e observar amplitudes sucessivas [eq. (03)].
A tensão de alimentação do eletroímã pode ser regulada no transformador para garantir o mínimo de atração em cada lançamento.

Há cinco alturas de lançamento sendo a maior designada por 1 e as demais por 2, 3, 4 e 5.

Para determinar o período :

- A esfera é atraída pelo eletroímã quando pressionamos o contato duplo da chave de um dos lados;

- Ao soltar a esfera, pressionando-se rapidamente a chave elétrica (do lado contrário ao anterior), o cronômetro é ligado automaticamente sendo este o instante inicial;

- A partir deste momento quando a esfera retornar conte 1 e assim por diante nos retornos sucessivos;

- Pressione a chave novamente para parar o cronômetro.

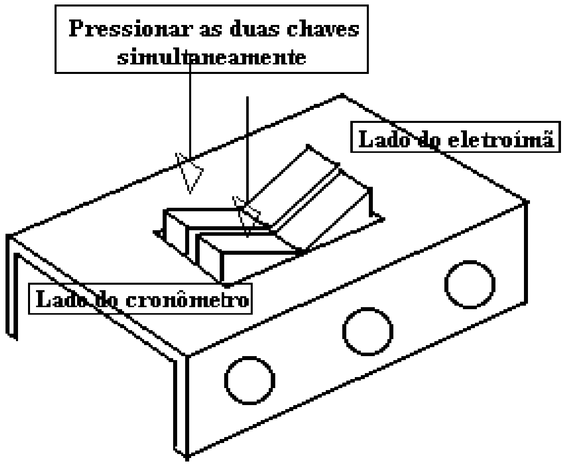


Fig. 03 - Funcionamento da Chave Elétrica

Para determinar amplitudes sucessivas do mesmo lado:

- Use o lado iluminado pela lâmpada;

- Observe o ponto exato de parada da esfera olhando o número escrito na superfície do tubo de PVC;

- Nesse procedimento alguém observa as posições, anuncia em voz alta e outra pessoa anota.

PROCEDIMENTO

(01) - Usando cinco esferas de massas diferentes, solte-as da altura 5 e determine o período para cinco e dez oscilações completas;
(02) - Com a esfera de maior massa efetue lançamentos nas posições de 1 a 5 medindo o período para cinco e dez oscilações completas;
(03) - Com as cinco esferas determine seis amplitudes sucessivas do mesmo lado lançando-as todas do ponto 1.

FÍSICA EXPERIMENTAL : MANUAL DE INSTRUÇÕES
EXPERIÊNCIA 14 : DIDRODINÂMICA

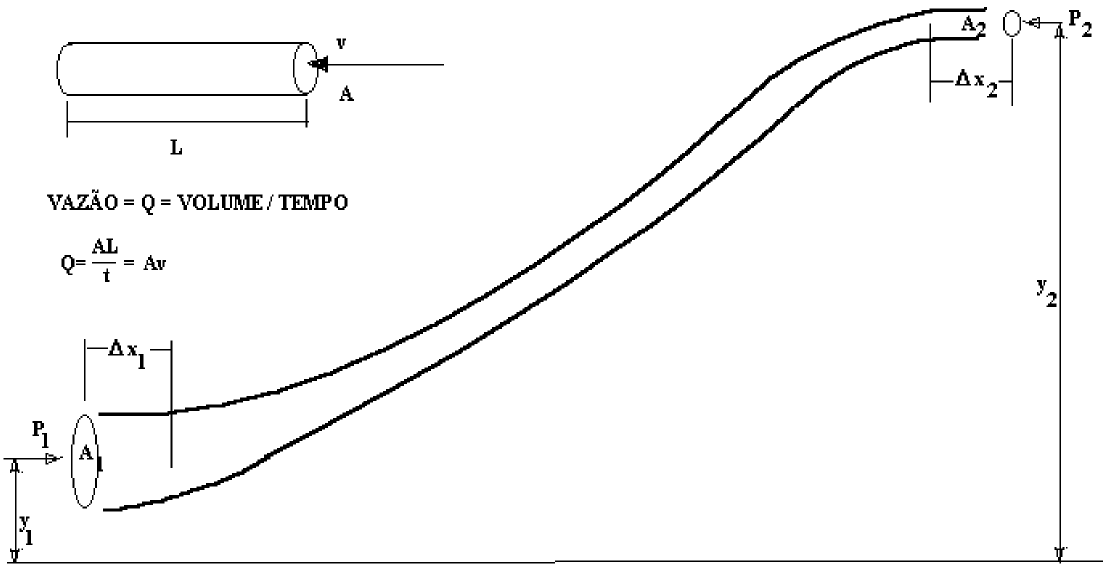
OBJETIVOS: Analisar a Equação de Bernoulli no Tubo Venturi. Aprender a medir pressão e velocidade no escoamento do ar.

TEORIA: EQUAÇÃO DE BERNOULLI

Imagine o escoamento d'água entre dois pontos de uma tubulação, representados nas seções (1) e (2) da figura. Vamos aplicar a essa figura alguns princípios da hidrodinâmica para obter a Equação de Bernoulli.

PRINCÍPIO DE CONSERVAÇÃO DA VAZÃO:

$A_1 v_1 = A_2 v_2$ (01)



EQUAÇÃO DE BERNOULLI

PRINCÍPIO DE CONSERVAÇÃO DA ENERGIA MECÂNICA TOTAL:

$$P_1 A_1 \Delta x_1 + mgy_1 + \frac{m{v_1}^2}{2} = P_2 A_2 \Delta x_2 + mgy_2 + \frac{m{v_2}^2}{2} + \Delta E \qquad (02)$$

$PA\Delta x =$ Trabalho realizado pela pressão no deslocamento Δx
$mgy =$ energia potencial gravitacional

$\frac{mv^2}{2} =$ energia cinética

$\Delta E =$ energia consumida pelo atrito do movimento do líquido dentro da tubulação

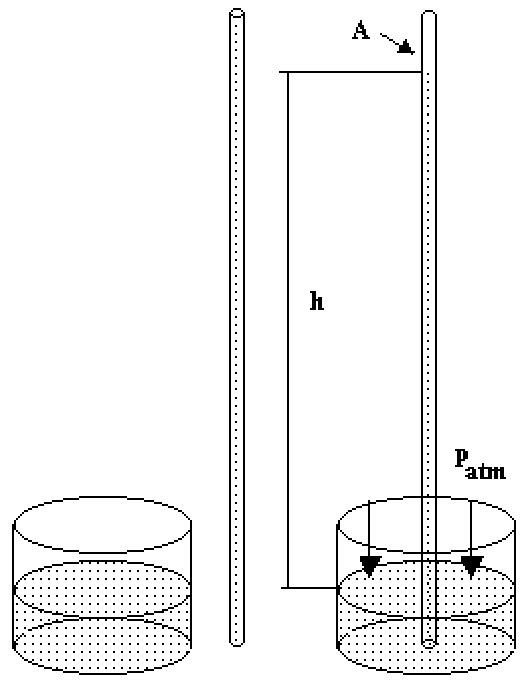
Dividindo pelo volume:

$$P_1 + \rho g y_1 + \frac{\rho {v_1}^2}{2} = P_2 + \rho g y_2 + \frac{\rho {v_2}^2}{2} + \frac{\Delta E}{Vol} \qquad (03)$$

$P + \rho g y =$ pressão estática (segue o princípio de Pascal atuando igualmente em todas as direções) (04)

PRINCÍPIO DE PASCAL

ISOTROPIA DA PRESSÃO: *"Num fluido em equilíbrio a pressão é a mesma em qualquer direção"*



EXPERIÊNCIA DE TORRICELLI

A pressão estática pode ser calculada com a Equação Fundamental da Hidrostática, deduzida por STEVIN, tomando por base a experiência de TORRICELLI: $P = P_a + \rho g h$ (05)

$\frac{\rho v^2}{2} =$ pressão dinâmica (só ocorre na direção da velocidade) (06)

Não ocorrendo perdas importantes por atrito a soma (PRESSÃO ESTÁTICA + PRESSÃO DINÂMICA) fica constante.
PRESSÃO ESTÁTICA + PRESSÃO DINÂMICA = PRESSÃO TOTAL $P_E + P_D = P_T$ (07)
MONTAGEM

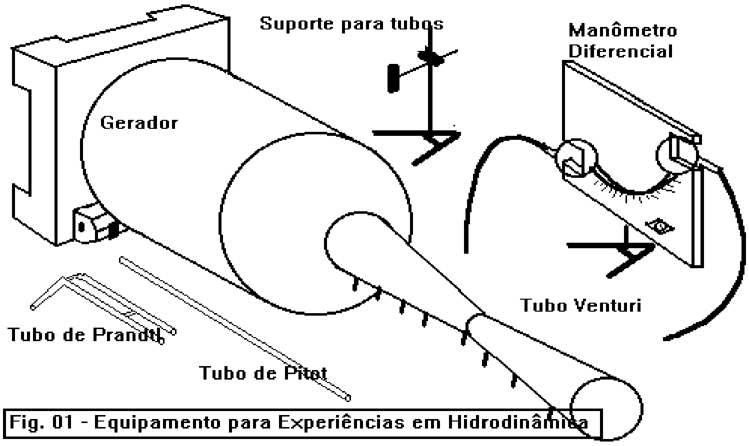


Fig. 01 - Equipamento para Experiências em Hidrodinâmica

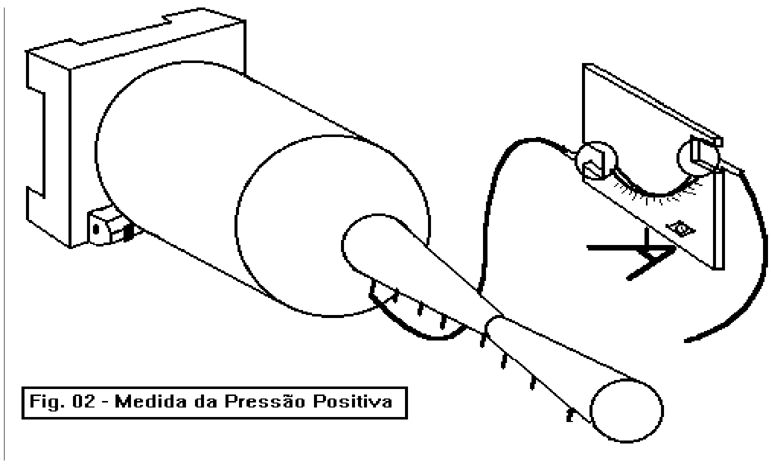


Fig. 02 - Medida da Pressão Positiva

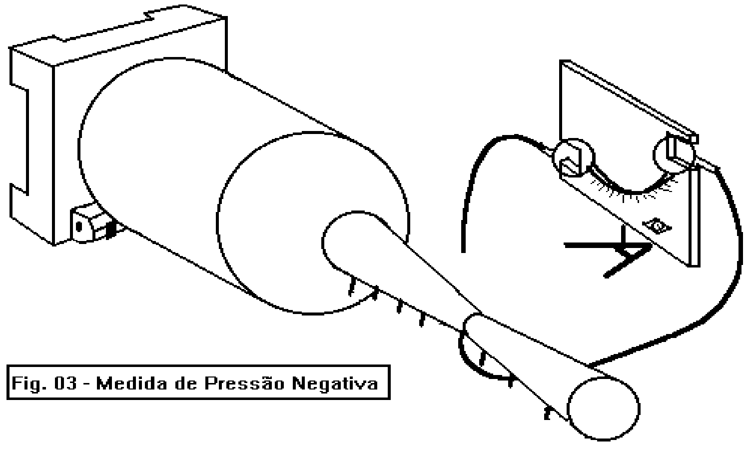


Fig. 03 - Medida de Pressão Negativa

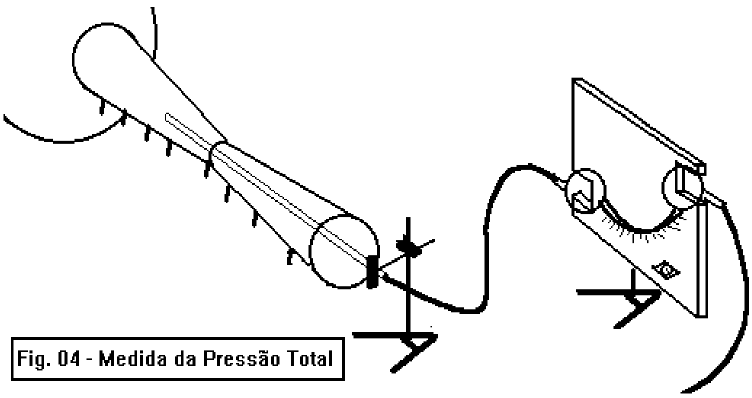


Fig. 04 - Medida da Pressão Total

Na Fig. 01 temos os dispositivos que usaremos para determinar:

- Pressão Estática;
- Pressão Dinâmica;
- Pressão Total;
- Velocidade.

Os tubos usados para determinação da pressão ou velocidade são fixados num suporte para tubos com a finalidade de mantê-los na posição adequada para as medidas.

São tubos leves e confeccionados com material frágil.

O parafuso de fixação desses tubos não deve ser apertado exageradamente para não deixar marcas nos mesmos.

O Gerador de ar possui uma série de dispositivos internos para regularizar o fluxo do ar quebrando as turbulências que ocorrem no escoamento.

Um resistor variável permite alterar sua velocidade.

O cano de saída do Gerador tem uma curvatura suave de adaptação ao Tubo Venturi.

Este é um tubo usado pelos hidrólogos para determinar velocidades de escoamento de flúidos de forma prática e precisa.

O Manômetro Diferencial determina pressões pela diferença de nível em seus dois ramos e está calibrado em mmCA (mm de coluna de água).

Possui um nível, para melhorar a precisão, que deve ser ajustado pelos parafusos da base triangular de sua sustentação.

A Fig. (02) mostra que usando o ramo inferior do instrumento determinamos pressão superiores à atmosférica, estando a mangueira ligada ao ramo superior, livre.

Nas medidas devemos manter fechados os outros furos do tubo Venturi para evitar perdas de vazão que prejudicarão a precisão das avaliações.

A pressão medida assim é a pressão estática pois a tomada é efetuada perpendicularmente ao escoamento.

No caso da pressão negativa (menor que a atmosférica) devemos ligar a mangueira inferior e colocar o sinal negativo nas leituras do instrumento (Fig. (03)).

Novamente os demais furos do tubo Venturi ficarão fechados na determinação de pressões negativas.

Na Fig. (04) temos a determinação da pressão total. Agora todos os furos do tubo Venturi ficam fechados.

O tubo usado nessa medida é denominado 'Tubo de Pitot" e deve ficar rigorosamente paralelo á corrente de ar.

Para estabelecer esse paralelismo basta observar o valor indicado na escala do Manômetro e registrar o maior valor que é possível obter variando a posição do tubo.

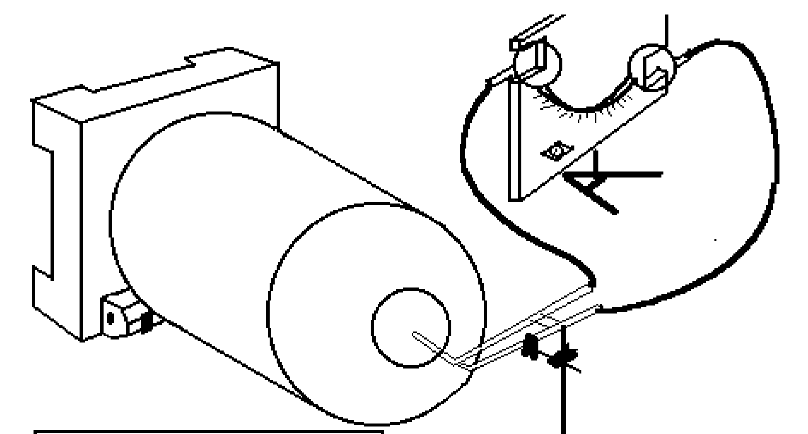


Fig. 05 - Medida da Velocidade

O valor máximo ocorrerá quando o tubo estiver paralelo à direção do movimento do ar.
Para determinar velocidades do escoamento do ar usamos o "Tubo de Prandtl".
Um dos ramos desse tubo recolhe a pressão total (o ramo mais externo, na Fig. (05)) e o outro a pressão estática.
Um é ligado ao ramo inferior (pressão total) e o outro ao ramo inferior (pressão estática).
O Manômetro indica a diferença que é a pressão dinâmica.
Observando a Eq. (06) é fácil ver como pode ser determinada a velocidade:

$$v = \sqrt{\frac{2P_d}{\rho}} \qquad (08)$$

A escala do Manômetro Diferencial faz a conversão indicada por essa fórmula automáticamente apresentando já a velocidade em m/s.

DETERMINAÇÃO DE VELOCIDADES COM O TUBO VENTURI

Aplicando as Equações de Conservação da Vazão (01) e de Bernoulli (03) podemos facilmente deduzir a fórmula utilizada para determinação de velocidades com o tubo Venturi:

$$v_1 = \beta_{15}\sqrt{gP_{15}} \qquad (09)$$

onde:

$$\beta_{15} = \sqrt{\frac{2\left(\frac{\rho'}{\rho}-1\right)}{\left(\frac{A_1}{A_5}\right)^2-1}} \qquad (10)$$

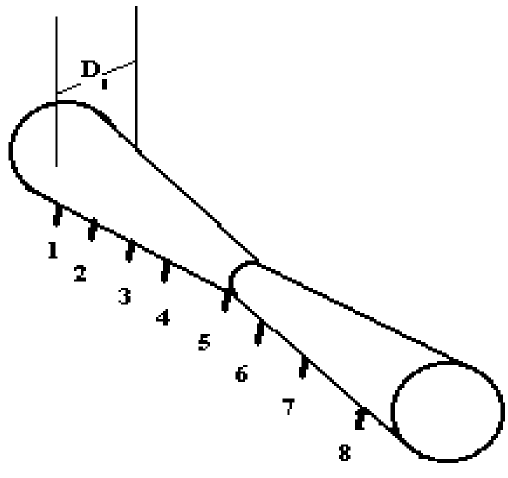


Fig. 06 - Dimensões do Tubo Venturi

ρ' = densidade do fluido manométrico = 1000 Kg/m³
ρ = densidade do fluido em movimento = 1,29 Kg/m³
A_1 = área do ponto 1, em cm²
A_5 = área do ponto 5, em cm²
P_1 = pressão estática no ponto 1, em mmCA
P_5 = pressão estática no ponto 5, em mmCA
g = 9,81 m/s²
v_1 = velocidade no ponto 1, em m/s

ÁREAS – TUBO VENTURI		
Nº	RAIO (cm)	ÁREA (cm²)
1	4,60	66,5
2	4,08	52,3
3	3,55	39,6
4	3,03	28,8
5	2,50	19,6
6	3,00	28,3
7	3,71	43,2
8	4,57	65,6

VALORES DE β	
β_{15}	12,1
β_{25}	15,9
β_{35}	22,4
β_{45}	36,5
β_{65}	37,9
β_{75}	20,1
β_{85}	12,3

Medindo-se a diferença de pressão estática entre dois pontos é possível determinar a velocidade num deles usando as Equações (09) e (10) e fazendo as adequadas conversões de unidades.
Na Eq. (10) podemos deixar as densidades e as áreas em quaisquer unidades porque os quocientes do numerador e denominador garantem a supressão dessas unidades.
Na Eq. (09) basta colocar a diferença entre as pressões em mCA e g em m/s² para obter a velocidade em m/s.
Entretanto, não é possível encontrar a velocidade no ponto 5 usando esse processo pois ocorrerá uma raiz irracional.

PROCEDIMENTOS

DETERMINAÇÃO DE PRESSÕES NO TUBO VENTURI PARA TESTAR A EQUAÇÃO DE BERNOULLI

(01) Com a montagem das Figs. (02) e (03) medimos as pressões estáticas nos oito pontos do tubo Venturi.

(02) O Manômetro Diferencial deve ser "zerado" re tirando-se ou acrescentando-se o fluido manométrico (querosene) e nivelado ajustando-se os parafusos da base.

(03) A leitura deve ser efetuada na escala indicada por mmWS (mmCA) e pelo ponto médio da superfície livre do líquido.

(04) Colocar o sinal menos na medida efetuada com a mangueira ligada à tomada superior do Manômetro.

(05) Com a montagem da Fig. (04) determinamos a pressão total nas posições internas do tubo Venturi correspondentes aos pontos de 1 a 8.

(06) O tubo de Pitot deve estar rigorosamente paralelo à direção do movimento do ar. Colocamos o tubo no suporte (apertar suavemente o parafuso para não machucá-lo) e mudar levemente a posição de modo a conseguir a indicação do valor máximo do deslocamento do líquido. Este é o valor a ser anotado como Pressão Total.

DETERMINAÇÃO DA DIFERENÇA DE PRESSÃO ENTRE DOIS PONTOS DO TUBO VENTURI

(07) Na Fig. (07) observamos que a mangueira colocada na tomada superior fica sempre ligada no ponto 5, de pressão mais baixa.

(08) Desse modo, a indicação do Manômetro é sempre positiva e podemos determinar todas as diferenças indicadas na tabela dos valores de β.

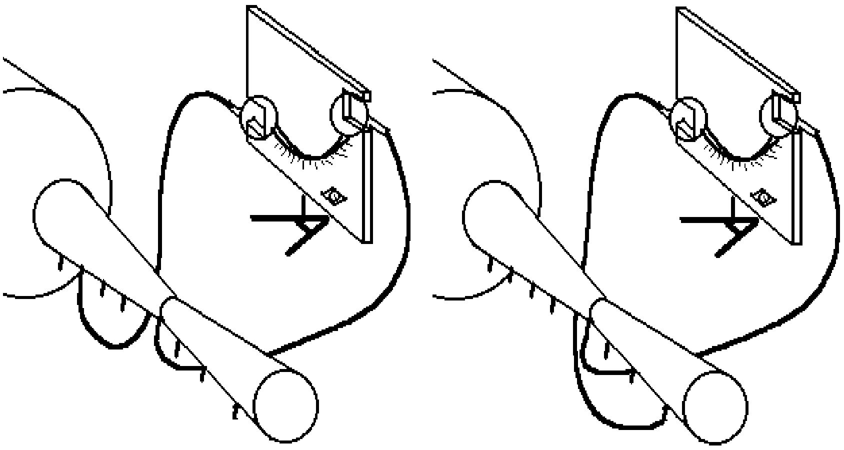


Fig. (07) - Medida da diferença de Pressão entre dois pontos do Tubo Venturi

DETERMINAÇÃO DA VELOCIDADE USANDO O TUBO DE PRANDTL

(09) Na Fig. (08) temos a forma de ligação do Manômetro Diferencial ao tubo de Prandtl para determinar a diferença de pressão (pressão total – pressão estática)

(10) Essa diferença é a pressão dinâmica que permite o cálculo da velocidade, a qual é indicada diretamente em (m/s) na escala.

(11) A Fig. (05) mostra o tubo de Prandtl montado no suporte para tubos.

(12) Na medida, o tubo deve estar rigorosamente paralelo à corrente de ar.

(13) Mudando-se levemente a posição do tubo é possível determinar a posição corresponde ao valor máximo de deslocamento do líquido na escala. Esse é o valor a anotar.

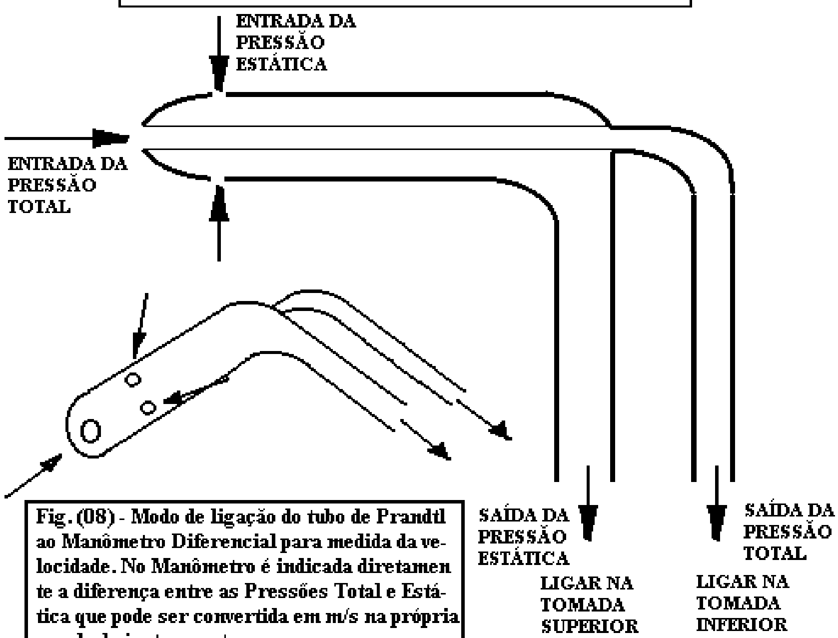


Fig. (08) - Modo de ligação do tubo de Prandtl ao Manômetro Diferencial para medida da velocidade. No Manômetro é indicada diretamente a diferença entre as Pressões Total e Estática que pode ser convertida em m/s na própria escala do instrumento.